



Zahlungsströme und Barwerte von Zinstauschverträgen: Swapverträgen auf den Zahn gefühlt

1 Einleitung

Zinstauschverträge (engl. „Swaps“) stellen ein wichtiges Instrument der Zinssteuerung dar. Sie werden nicht nur von Banken, Finanzdienstleistern und Unternehmen, sondern auch von Kommunen und kommunalen Einrichtungen verwendet, um bestehende Zinsrisiken abzusichern.

Aus bilanzieller Sicht handelt es sich bei einem Zinstauschvertrag um ein schwebendes Geschäft. Mit anderen Worten: Die beiden involvierten Vertragsparteien vereinbaren, in der Zukunft gegenseitig gewisse Zahlungen zu leisten. Da es sich dabei meist um eine bilaterale Vereinbarung handelt, ist der Wert eines solchen zukünftigen Leistungsversprechens etwas komplexer zu ermitteln als beispielsweise der Wert einer Bundesanleihe, für die jederzeit ein quotierter Marktpreis ermittelt werden kann.

Der vorliegende Aufsatz beschäftigt sich daher mit der Funktionsweise und der Bewertung solcher Zinstauschverträge. Dazu wird in Abschnitt 2 zunächst anhand eines Beispiels hergeleitet, wie sich der Wert solcher Geschäfte berechnen lässt. Die dabei durchgeführten mathematischen Detailbetrachtungen gehen zwar über ein reines Grundlagenwissen hinaus, können aber trotzdem zu interessanten Erkenntnissen für die praktische Zinssteuerung führen. Daher werden wir in Abschnitt 3 eben solche praktischen Auswirkungen auf die Zinssteuerung – insbesondere im kommunalen Bereich – ableiten. In Abschnitt 4 folgt eine kurze Diskussion der Erkenntnisse und ein abschließendes Fazit.

Als Datenstichtag für alle folgenden Analysen werden wir den 30.12.2021 verwenden und somit auf einem Zinsniveau aufsetzen, das den massiven Zinsanstieg im Frühjahr 2022 noch nicht berücksichtigt. Der Grund dafür ist, dass dieser jüngste Zinsanstieg vor allem in den mittelfristigen Laufzeiten (ca. 2 bis 10 Jahre) sehr ausgeprägt war und die Zinskurve dadurch eine äußerst ungewöhnliche Form angenommen hat: Extreme Steilheit am kurzen Ende und Inversität am langen Ende. Die im Folgenden beschriebenen Methoden sind zwar allgemeingültig und somit auch für das ungewöhnliche Zinsumfeld im Frühjahr 2022 anwendbar. Allerdings würden in den Beispielsrechnungen die Effekte, die wir eigentlich herausarbeiten wollen, zum Teil von Zinskurveneffekten überdeckt und die Interpretation der Ergebnisse erschwert werden.

Abschließend sei erwähnt, dass wir uns bei den Analysen weitestgehend auf Festzinsezahler-Zinstauschverträge beschränken. Die gewonnenen Erkenntnisse gelten jedoch vollkommen analog auch für Festzinsempfänger-Geschäfte, es muss einzig „das Vorzeichen umgedreht“ werden.

2 Die Bewertung zukünftiger Zahlungsströme

Im ersten Abschnitt haben wir gesehen, dass ein Swapvertrag im Grunde ein Versprechen darstellt, in Zukunft bestimmte Zahlungen auszutauschen. Doch wie lässt sich der heutige Wert eines solchen Versprechens bemessen?

Um dieser Frage nachzugehen, wollen wir ein konkretes Beispielgeschäft betrachten: Angenommen, heute ist der 30.12.2021 (= Datenstichtag). Zur Absicherung eines kommunalen Kreditportfolios gegen steigende Zinsen soll ein Festzinsezahler-Zinstauschvertrag („Payer-Swap“) mit einem Volumen von 10 Mio. EUR abgeschlossen werden. Sowohl die Vorlaufzeit als auch die Laufzeit des Swaps betrage jeweils fünf Jahre. Folglich beginnt die Laufzeit des Swaps am 30.12.2026 und endet am 30.12.2031. Die variable Seite des Geschäfts soll mit dem 6-Monats-Euribor verzinst werden, die feste Seite soll ebenfalls halbjährliche Zinszahlungen leisten und einen Festzinssatz von 0,60% aufweisen.¹

2.1 Die Bewertung festverzinslicher Zahlungsströme

Um die Fragestellung zu beantworten, werden wir das definierte Beispielgeschäft in kleinere Einheiten zerlegen und uns schrittweise der Antwort nähern. Zunächst betrachten wir dafür die feste Seite des Swaps. Da es sich um ein Festzinsezahler-Geschäft handelt, umfasst diese die festverzinslichen Zahlungsströme, die die Kommune in Zukunft zu leisten hat. Da der Festzinssatz bekannt ist, sind diese einfach zu berechnen:

Volumen	10.000.000 €
Festzinssatz	0,60%

Zinsperiode	Beginn Zinsperiode	Ende Zinsperiode	Zahlungsstrom feste Seite
1	30.12.2026	30.06.2027	-30.000 €
2	30.06.2027	30.12.2027	-30.000 €
3	30.12.2027	30.06.2028	-30.000 €
4	30.06.2028	30.12.2028	-30.000 €
5	30.12.2028	30.06.2029	-30.000 €
6	30.06.2029	30.12.2029	-30.000 €
7	30.12.2029	30.06.2030	-30.000 €
8	30.06.2030	30.12.2030	-30.000 €
9	30.12.2030	30.06.2031	-30.000 €
10	30.06.2031	30.12.2031	-30.000 €
			-300.000 €

Die konstanten Zinszahlungen pro Periode (rot markierte Zellen) ergeben sich dabei wie folgt:

¹ Wir werden später in Abschnitt 3.2 erkennen, dass der sogenannte „faire“ Swapzinssatz nicht genau 0,60%, sondern vielmehr 0,599738% beträgt. Um die folgenden Berechnungen möglichst nachvollziehbar zu halten, belassen wir es allerdings bei dem gerundeten Wert 0,60%.

$$-10.000.000 \text{ EUR} \cdot 0,60\% \cdot \frac{1}{2} = -30.000 \text{ EUR}$$

Der Faktor 1/2 resultiert daraus, dass die Zinsperioden jeweils nur ein halbes Jahr andauern, der Zinssatz im Allgemeinen aber per annum angegeben wird. Das negative Vorzeichen resultiert daraus, dass es sich für die Kommune um Zinsausgaben handelt, da sie bei einem Festzinszahler-Geschäft den Festzins bezahlen muss.

Allerdings wollten wir nicht nur wissen, wie hoch die Summe der Zahlungsströme der festen Seite während der Vertragslaufzeit ist, sondern welchen Wert diese Zahlungsströme per heute (bzw. zum Datenstichtag 30.12.2021) haben. Um dies zu berechnen, benötigen wir das Konzept der „Abzinsung“ oder „Diskontierung“:

Grob gesprochen trägt dieses Konzept der Tatsache Rechnung, dass es uns im Allgemeinen lieber ist, einen Euro schon heute zu bekommen, als zu einem zukünftigen Zeitpunkt (z.B. in zehn Jahren). Schließlich könnten wir diesen heute bekommenen Euro zur Bank bringen und würden dann zehn Jahre lang Zinsen und Zinseszinsen darauf bekommen. Nach zehn Jahren hätten wir schließlich mehr als einen Euro zur Verfügung.²

Umgekehrt müssen wir also eine in der Zukunft liegende Zahlung mit einem gewissen Faktor gewichten, um deren heutigen Wert zu ermitteln. Dieser Faktor trägt den Namen „Diskontfaktor“. Das obige Gedankenspiel zeigt auch, dass dieser Diskontfaktor vom aktuellen Zinsniveau abhängen muss. Denn der Wert des betrachteten Euros in zehn Jahren hängt natürlich wesentlich davon ab, welchen Zinssatz uns die Bank bezahlt. Somit kann es nur gewinnbringend sein, einen Blick auf das Zinsniveau bzw. die Zinskurve zum Datenstichtag 30.12.2021 zu werfen:

1TE	1 Jahr	2 Jahre	3 Jahre	4 Jahre	5 Jahre	6 Jahre	7 Jahre	8 Jahre	9 Jahre	10 Jahre
-0,49%	-0,48%	-0,29%	-0,14%	-0,05%	0,01%	0,07%	0,13%	0,19%	0,25%	0,31%

Mit diesen aktuellen Marktzinsen sind wir nun in der Lage, den sogenannten „Barwert“, d.h. den Wert aus heutiger Sicht, der festen Seite unseres Beispielgeschäfts zu ermitteln:

² Das bis ca. Ende 2021 herrschende Niedrig- und Negativzinsumfeld erschwert dieses Gedankenspiel etwas, da nicht mehr alle Banken (positive) Zinsen auf Kundeneinlagen bezahlen. An der grundsätzlichen Aussage dieses Gedankenspiels ändert sich jedoch nichts. Oder anders gesagt: Das Konzept der Abzinsung kann auch mit negativen Zinsen umgehen.

Volumen 10.000.000 €
Festzinssatz 0,60%

Zinsperiode	Beginn Zinsperiode	Ende Zinsperiode	Marktzins Periodenende	Diskontfaktor	Zahlungsstrom feste Seite	Zahlungsstrom feste Seite abgezinst
1	30.12.2026	30.06.2027	0,04%	99,76%	-30.000 €	-29.927 €
2	30.06.2027	30.12.2027	0,07%	99,56%	-30.000 €	-29.867 €
3	30.12.2027	30.06.2028	0,10%	99,33%	-30.000 €	-29.800 €
4	30.06.2028	30.12.2028	0,13%	99,08%	-30.000 €	-29.725 €
5	30.12.2028	30.06.2029	0,16%	98,81%	-30.000 €	-29.642 €
6	30.06.2029	30.12.2029	0,19%	98,50%	-30.000 €	-29.549 €
7	30.12.2029	30.06.2030	0,22%	98,15%	-30.000 €	-29.445 €
8	30.06.2030	30.12.2030	0,25%	97,78%	-30.000 €	-29.333 €
9	30.12.2030	30.06.2031	0,28%	97,38%	-30.000 €	-29.214 €
10	30.06.2031	30.12.2031	0,31%	96,97%	-30.000 €	-29.090 €
					-300.000 €	-295.590 €

Die Werte in der Spalte „Marktzins Periodenende“ sind dabei entweder direkt aus der oben angegebenen Zinskurve entnommen (wenn Periodenende der 30.12. ist) oder als Mittelwert dieser Zinssätze berechnet (sog. „lineare Interpolation“, wenn Periodenende der 30.06. ist). So können die Werte in den beiden grün umrandeten Zellen wie folgt ermittelt werden: Der Marktzins von Periode 4 in Höhe von 0,13% stammt direkt aus der oben dargestellten Zinskurve (Spalte „7 Jahre“). Der Marktzins von Periode 5 wiederum errechnet sich als Mittelwert der Zinssätze an den Stützstellen „7 Jahre“ und „8 Jahre“:

$$(0,13\% + 0,19\%)/2 = 0,16\%$$

Als nächstes soll beispielhaft die blau umrandete Zelle betrachtet werden, die den Diskontfaktor einer Zahlung am Ende der vierten Periode enthält. Dieser errechnet sich wie folgt:³

$$e^{-0,1317\% \cdot (30.12.2028 - 30.12.2021)} = e^{-0,1317\% \cdot 7 \text{ Jahre}} \approx 99,0823\%$$

Der Wert 0,1317% entspricht dabei dem Marktzins zum Datenstichtag für eine siebenjährige Laufzeit. In der oben dargestellten Zinskurve und der obigen Tabelle ist dieser Wert jeweils auf zwei Nachkommastellen gerundet angegeben.

Nun können wir schließlich die festen Zahlungsströme mit den auf diese Weise berechneten Diskontfaktoren abzinsen. Beispielsweise ergibt sich der Wert in der rot umrandeten Zelle als Produkt aus Zahlungsstrom und Diskontfaktor:

$$99,0823\% \cdot (-30.000 \text{ EUR}) \approx -29.725 \text{ EUR}$$

Führt man diese Berechnung für alle Perioden unseres Beispielgeschäfts durch und addiert die resultierenden Barwerte, so ergibt sich ein Gesamtbarwert von -295.590 EUR, siehe die obige

³ Dabei steht „e“ für die Eulersche Zahl ($e \approx 2,7183$). Wir verwenden somit hier und im Folgenden die sogenannte „stetige Verzinsung“. Vor allem im Kreditbereich findet zwar die „diskrete Verzinsung“ in der Praxis häufiger Anwendung, sie würde die Berechnungen in den folgenden Abschnitten aber unnötig erschweren. Die Ergebnisunterschiede zwischen den Verzinsungsmethoden sind im Allgemeinen ohnehin marginal, beispielsweise würde sich für die oben blau markierte Zelle unter der diskreten Verzinsung ein Diskontfaktor von $100\% / (100\% + 0,1317\%)^{7 \text{ Jahre}} \approx 99,0829\%$ ergeben.

Tabelle. Vergleicht man diesen Wert mit den reinen Zahlungsströmen in Höhe von -300.000 EUR, so ergibt sich in unserem Beispiel ein Diskontierungseffekt von +4.410 EUR. Dies ist quasi der „Preis“ dafür (bzw. aus Sicht der Kommune der „Vorteil“ daraus), dass nicht alle Zahlungen schon heute, sondern erst zu (verschiedenen) zukünftigen Zeitpunkten fließen.

Zum Abschluss des Kapitels noch eine wichtige Anmerkung: Die Betrachtungen dieses Abschnitts waren in dem Sinne extrem einseitig, dass nur die feste Seite des Swaps – die brutto zu Zinsausgaben für die Kommune führt – betrachtet wurde. Bei den in der Praxis tatsächlich fließenden Zahlungsströmen handelt es sich dagegen um die Nettzahlungen aus der fixen und der variablen Seite. Die variable Seite, die für eine ganzheitliche Betrachtung immens wichtig ist, betrachten wir erst in den folgenden Abschnitten.

2.2 Exkurs: Forwardzinsen und die Forwardkurve

Nachdem wir die Zahlungsströme der festen Seite unseres Beispielsgeschäft nun ausführlich analysiert und bewertet haben, liegt es natürlich nahe, im Fall der variablen Seite völlig analog vorzugehen. Diese Idee scheitert leider an einer wesentlichen Tatsache: Im Gegensatz zu den Zahlungsströmen der festen Seite sind die Zahlungsströme der variablen Seite zum heutigen Zeitpunkt noch nicht bekannt. Sie werden nämlich erst während der Laufzeit des Geschäfts – genauer gesagt ca. sechs Monate vor dem jeweiligen Zahlungszeitpunkt – festgelegt. Somit stellt sich die Frage: Welcher Zinssatz soll im Rahmen der Bewertung für einen variablen Zahlungsstrom in der Zukunft angesetzt werden? Können wir diese Frage beantworten, so können wir wieder auf das Schema aus Abschnitt 2.1 zurückgreifen, die so errechneten variablen Zahlungsströme mit Hilfe der zugehörigen Diskontfaktoren abzinsen und auf diese Weise den Barwert der variablen Seite ermitteln.

Dies führt uns zum Konzept der sogenannten „Forwardzinsen“. Ein Forwardzins ist ein Zinssatz für einen erst in der Zukunft startenden Zeitraum, der mit der heutigen Zinskurve konsistent ist. Ein Beispiel: Ein Investor hält aktuell eine Staatsanleihe mit 6 ½-jähriger Restlaufzeit. Er weiß aber schon heute, dass er die Rückzahlungssumme nicht schon bei Fälligkeit der Anleihe in 6 ½ Jahren, sondern erst in 7 Jahren benötigen wird (z.B. zur Tilgung eines aus der Zinsbindung laufenden Darlehens). In dem dazwischen liegenden, halben Jahr könnte er das Geld beispielsweise als Sichteinlage bei seiner Hausbank anlegen. Um Planungssicherheit zu bekommen, will er aber schon heute mit seiner Bank vereinbaren, welchen Zinssatz diese ihm für die Laufzeit der Anlage (in 6 ½ Jahren bis 7 Jahren) zahlen wird. Eben dieser Zinssatz wird als „Forwardzins“ bezeichnet.

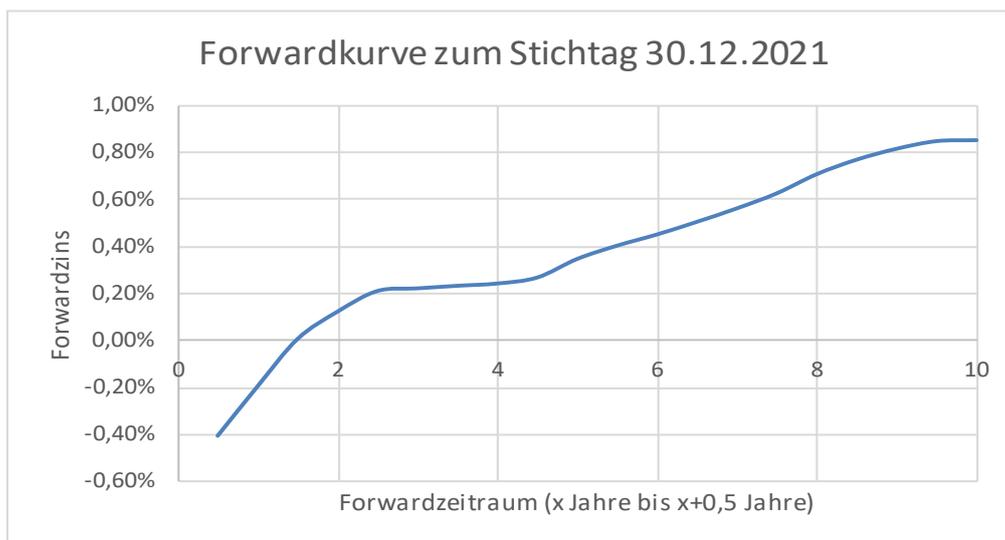
Bei unseren Betrachtungen in Abschnitt 2.1 betrug beispielsweise der Marktzins für 6 ½-jährige Laufzeiten gerade 0,10%, der Zinssatz für 7-jährige Laufzeiten notierte bei 0,13%. Der Forwardzins, den unser Investor heute vereinbaren könnte, würde sich anhand folgender Formel errechnen:⁴

$$\frac{0,13\% \cdot 7 \text{ Jahre} - 0,10\% \cdot 6,5 \text{ Jahre}}{(7 \text{ Jahre} - 6,5 \text{ Jahre})} \approx 0,50\%$$

⁴ Es sei nochmal betont, dass diese Formel nur für die hier verwendete stetige Verzinsung gilt. In der diskreten Verzinsung oder anderen Verzinsungsmethoden nimmt die Formel eine deutlich komplexere Form an.

Doch warum wird gerade diese Formel zur Berechnung des Forwardzinses aus den Marktzinsen verwendet? Dies ist auf ein sogenanntes „Arbitrageargument“ zurückzuführen: Angenommen, unser Investor hat schon heute einen bestimmten Geldbetrag zur Verfügung. Er steht nun vor der Wahl, diesen entweder direkt für die nächsten 7 Jahre bei seiner Bank anzulegen oder ihn zunächst nur für 6 ½ Jahre anzulegen, um ihn im Anschluss inklusive der bis dahin aufgelaufenen Zinsen für ein weiteres halbes Jahr zu reinvestieren. Da er auch den Zinssatz für dieses letzte halbe Jahr schon heute vereinbaren will, muss das Gesamtergebnis, d.h. der nach 7 Jahren erwirtschaftete Betrag, in beiden Varianten exakt identisch sein. Andernfalls könnte der Investor risikolos – denn im Beispiel sind alle vertraglichen Zinskonditionen schon heute fest vereinbart – einen Ertrag generieren. Diese sogenannte „Arbitrage“ kann in funktionierenden Märkten aber nur sehr kurzzeitig existieren, da sie sofort ausgenutzt würde und sich die Marktpreise schnell wieder auf einem „fairen“ Niveau einpendeln. Gießt man dieses Gedankenspiel nun in mathematische Formeln und löst nach dem Forwardzinssatz auf, so ergibt sich gerade die obige Formel.

Wertet man die obige Formel für Forwardzinsen nun nicht nur für den Zeitraum von 6 ½ Jahren bis 7 Jahren aus, sondern für viele unterschiedliche Zeiträume t bis $t + 6 \text{ Monate}$, so entsteht die sogenannte „Forwardkurve“, die im nächsten Abschnitt bei der Analyse der variablen Zahlungsströme unseres ursprünglichen Beispielgeschäfts eine wichtige Rolle spielen wird:



2.3 Die Bewertung variabel verzinslicher Zahlungsströme

Nun können wir zurückkehren zu unserem Beispielgeschäft aus Abschnitt 2.1 und mit der Bewertung der variablen Zahlungsströme fortfahren. Wir gehen dabei im Grunde genauso vor, wie bei den festen Zahlungsströmen auch: Zunächst wird der reine Zahlungsstrom jeder Periode errechnet, bevor dieser mit dem Diskontfaktor multipliziert wird, um den Barwert zu ermitteln. Der einzige Unterschied ist, dass der Zahlungsstrom für zukünftige Perioden zum heutigen Zeitpunkt noch nicht bekannt ist. Aus diesem Grund wird für jede Periode der Zinssatz angesetzt, der für diese Periode mit der aktuellen Zinskurve konsistent ist. Mit anderen Worten: Der Zahlungsstrom ergibt sich aus dem Forwardzinssatz für die betroffene Periode. Die Berechnungen können in der folgenden Tabelle nachvollzogen werden:

Volumen 10.000.000 €
Festzinssatz 0,60%

Zins- periode	Beginn Zinsperiode	Ende Zinsperiode	Marktzins Periodenende	Diskont- faktor	Forwardzins	Zahlungsstrom variable Seite	Zahlungsstrom variable Seite abgezinst
1	30.12.2026	30.06.2027	0,04%	99,76%	0,34%	17.185 €	17.143 €
2	30.06.2027	30.12.2027	0,07%	99,56%	0,40%	20.115 €	20.026 €
3	30.12.2027	30.06.2028	0,10%	99,33%	0,45%	22.500 €	22.350 €
4	30.06.2028	30.12.2028	0,13%	99,08%	0,50%	25.192 €	24.960 €
5	30.12.2028	30.06.2029	0,16%	98,81%	0,56%	27.903 €	27.570 €
6	30.06.2029	30.12.2029	0,19%	98,50%	0,62%	31.256 €	30.787 €
7	30.12.2029	30.06.2030	0,22%	98,15%	0,71%	35.143 €	34.494 €
8	30.06.2030	30.12.2030	0,25%	97,78%	0,77%	38.431 €	37.576 €
9	30.12.2030	30.06.2031	0,28%	97,38%	0,81%	40.527 €	39.464 €
10	30.06.2031	30.12.2031	0,31%	96,97%	0,85%	42.375 €	41.090 €
						300.629 €	295.461 €

Der Forwardzins in der blau markierten Zelle ergibt sich dabei gemäß der in Abschnitt 2.2 erläuterten Methodik:

$$\frac{0,13\% \cdot 7 \text{ Jahre} - 0,10\% \cdot 6,5 \text{ Jahre}}{(7 \text{ Jahre} - 6,5 \text{ Jahre})} \approx 0,5028\%$$

Dabei ist 6,5 Jahre bzw. 7 Jahre gerade der Zeitraum vom Datenstichtag (30.12.2021) bis zum Beginn der Zinsperiode (30.06.2028) bzw. Ende der Zinsperiode (30.12.2028). Die Zinssätze 0,10% bzw. 0,13% entsprechen folglich dem Marktzins zu Beginn bzw. Ende der Zinsperiode.

Der Zahlungsstrom für die betrachtete Periode (rot markierte Zelle) ergibt sich nun, indem dieser Forwardzins mit dem Volumen des Vertrags multipliziert wird:

$$10.000.000 \text{ EUR} \cdot 0,5028\% \cdot \frac{183}{365,25} \approx 25.192 \text{ EUR}$$

Der letzte Term der Formel (183/365,25) weicht dabei leicht vom Faktor 1/2 ab, den wir in Abschnitt 2.1 verwendet hatten, um den annualisierten Zinssatz auf die halbjährige Zinsperiode umzurechnen. Dies resultiert daraus, dass für einen variablen Kredit bzw. für die variable Seite eines Swaps üblicherweise eine andere Tageszählkonvention verwendet wird als bei Festzinskrediten bzw. der festen Seite eines Swaps: Bei variablen Verträgen kommt meist die Methode Act/Act zum Einsatz, während bei festverzinslichen Kontrakten die Konvention 30/360 marktüblich ist. Die Tageszählkonvention regelt dabei, wie sich die Anzahl der Tage errechnet, für die der Zahlungsempfänger einen Zinsanspruch erworben hat. Sie wird im Kreditvertrag bzw. Swapvertrag spezifiziert. Da zwischen dem Beginn (30.06.2028) und dem Ende der Zinsperiode (30.12.2028) gerade 183 Kalendertage liegen, steht dieser Wert im Zähler des Bruchs. Der Wert im Nenner (365,25) wiederum resultiert aus einem Korrekturfaktor für Schaltjahre.⁵

⁵ Streng genommen stellt dies nur eine Näherung der Tageszählkonvention Act/Act dar, da sich bei letzterer der Nenner des obigen Bruchs danach richtet, ob die einzelne Zinsperiode (teilweise) durch ein Schaltjahr verläuft. Die exakte Abbildung dieser Tageszählkonvention würde die dargestellten Berechnungen allerdings erneut erheblich verkomplizieren und vom eigentlichen Thema ablenken. Folglich wird an dieser Stelle mit einem

Der Barwert des Zahlungsstroms (grün markierte Zelle) ergibt sich nun analog zur Berechnung für die feste Seite des Swaps, indem der Zahlungsstrom mit dem Diskontfaktor multipliziert wird:

$$99,0823\% \cdot 25.192 \text{ EUR} \approx 24.960 \text{ EUR}$$

Werden diese Berechnungsschritte nun auch auf der variablen Seite für alle Zinsperioden durchgeführt, so ergibt sich ein Gesamtbarwert der variablen Seite von +295.461 EUR, siehe die obige Tabelle.

3 Konsequenzen für die Zinssteuerung in der Praxis

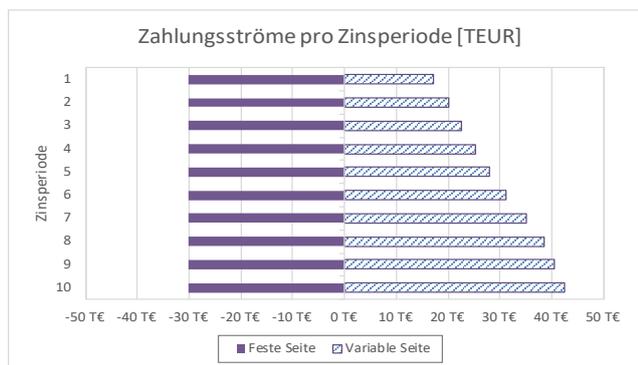
In Abschnitt 2 wurde ausführlich und detailliert erläutert, wie sich die feste Seite und die variable Seite eines Zinstauschvertrags bewerten lassen. Ziel des folgenden Abschnitts wird es sein, die Bewertung der beiden Seiten zusammen zu bringen (Abschnitt 3.1), sowie einige Konsequenzen für die Praxis der kommunalen Zinssteuerung mit den gewonnenen Erkenntnissen deutlich zu machen (Abschnitt 3.2 und 3.3).

3.1 Die Zahlungsströme eines Swaps im Zeitverlauf und deren Barwert

Betrachten wir dazu zunächst die Zahlungsströme der festen und variablen Seiten unseres Beispielgeschäfts, die in den Abschnitten 2.1 und 2.3 errechnet wurden, zusammen:

Volumen 10.000.000 €
Festzinssatz 0,60%

Zinsperiode	Beginn Zinsperiode	Ende Zinsperiode	Zahlungsstrom feste Seite	Zahlungsstrom variable Seite
1	30.12.2026	30.06.2027	-30.000 €	17.185 €
2	30.06.2027	30.12.2027	-30.000 €	20.115 €
3	30.12.2027	30.06.2028	-30.000 €	22.500 €
4	30.06.2028	30.12.2028	-30.000 €	25.192 €
5	30.12.2028	30.06.2029	-30.000 €	27.903 €
6	30.06.2029	30.12.2029	-30.000 €	31.256 €
7	30.12.2029	30.06.2030	-30.000 €	35.143 €
8	30.06.2030	30.12.2030	-30.000 €	38.431 €
9	30.12.2030	30.06.2031	-30.000 €	40.527 €
10	30.06.2031	30.12.2031	-30.000 €	42.375 €
			-300.000 €	300.629 €



Im rechten Diagramm sind die Zahlungsströme in grafischer Form dargestellt. Man erkennt darin zunächst, dass die festen Zahlungsströme (ausgefüllt) negativ und für alle zehn Zinsperioden konstant sind. Die variablen Zahlungsströme (gestrichelt) dagegen sind positiv, variieren aber im Zeitablauf: In den ersten Zinsperioden sind sie noch relativ gering und können insbesondere die negativen, festen Zahlungsströme nicht kompensieren. Der angenommene Nettozahlungsstrom unseres Beispielgeschäfts ist somit in den ersten fünf Perioden negativ. Allerdings dreht sich dieses Bild ab der sechsten Periode, da die variablen Zahlungen im Zeitverlauf kontinuierlich größer werden und sich in den späteren Perioden schließlich positive Nettozahlungsströme ergeben. Über alle Zinsperioden hinweg ergibt sich ein positiver Zahlungsüberschuss in Höhe von 629 EUR.

pauschalen Korrekturfaktor von +0,25 gearbeitet. Aus demselben Grund verzichten wir auch auf Korrekturen der Zinsperioden aufgrund von Wochenenden oder Feiertagen.

Fachinformation 03/2022:

Zahlungsströme und Barwerte von Zinstauschverträgen: Swapverträgen auf den Zahn geföhlt

Seite 8

Bundesverband öffentlicher Zinssteuerung e.V., Offenbachstr. 41, 81245 München, Tel.: +49 89 82994640

www.bundesverband-zinssteuerung.org

Betrachtet man statt den absoluten Zahlungsströmen nun die bereits in Kapitel 2.1 eingeführten abdiskontierten Zahlungen, so ändert sich an diesem Bild nur wenig:

Volumen 10.000.000 €
Festzinssatz 0,60%

Zinsperiode	Beginn Zinsperiode	Ende Zinsperiode	Zahlungsstrom feste Seite abgezinst	Zahlungsstrom variable Seite abgezinst	Zahlungsströme abdiskontiert
1	30.12.2026	30.06.2027	-29.927 €	17.143 €	-12.783 €
2	30.06.2027	30.12.2027	-29.867 €	20.026 €	-9.841 €
3	30.12.2027	30.06.2028	-29.800 €	22.350 €	-7.449 €
4	30.06.2028	30.12.2028	-29.725 €	24.960 €	-4.764 €
5	30.12.2028	30.06.2029	-29.642 €	27.570 €	-2.072 €
6	30.06.2029	30.12.2029	-29.549 €	30.787 €	1.238 €
7	30.12.2029	30.06.2030	-29.445 €	34.494 €	5.048 €
8	30.06.2030	30.12.2030	-29.333 €	37.576 €	8.243 €
9	30.12.2030	30.06.2031	-29.214 €	39.464 €	10.251 €
10	30.06.2031	30.12.2031	-29.090 €	41.090 €	12.000 €
			-295.590 €	295.461 €	-129 €



Aus der Tabelle lässt sich insbesondere der sogenannte „Barwert“ des Vertrags ablesen. Dabei handelt es sich nämlich um die Summe aller abdiskontierten Zahlungen. Für unseren Beispielvertrag liegt dieser somit bei -129 EUR.⁶ Trotz der in Summe über die Laufzeit erwarteten, positiven Zahlungsströme (+629 EUR), ergibt sich also ein negativer Barwert (-129 EUR). Dies ist auf den Diskontierungseffekt zurückzuführen, da die tendenziell positiven, späteren Zahlungen stärker abgezinst werden, als die voraussichtlich negativen Nettozahlungen der früheren Perioden.

Wie sind diese Ergebnisse nun zu interpretieren? Wir haben erkannt, dass unser Beispielgeschäft zu Beginn seiner Laufzeit tendenziell negative Zahlungsströme erzeugen wird. Kompensiert wird dies dadurch, dass die Zahlungsströme in den späteren Zinsperioden gemäß aktueller Markterwartung in Nettosicht positiv sind. Allerdings ist zu beachten, dass sich die errechneten Zahlungsströme der variablen Seite nur dann exakt wie oben dargestellt ergeben werden, wenn sich die Zinsen in Zukunft gemäß der aktuellen Forwardkurve entwickeln. Etwas vereinfacht gesprochen: Die Zinsen entwickeln sich bis zum Ende der Vertragslaufzeit exakt so, dass es mit der aktuellen Markterwartung konsistent ist.

Dies wird in der Praxis natürlich mit hoher Wahrscheinlichkeit nicht genau so eintreten, denn sowohl die Rahmenbedingungen (z.B. Konjunktur, Geldpolitik, ...) als auch die Erwartungen der Marktteilnehmer ändern sich im Zeitablauf. Trotzdem können aus den obigen Analysen wertvolle Erkenntnisse für die Praxis gewonnen werden: Beispielsweise werden die ersten Zahlungsströme des betrachteten Beispielgeschäfts nicht nur dann negativ sein, wenn sich der Markt exakt gemäß den Erwartungen entwickelt, sondern auch, wenn die Entwicklung nicht allzu weit von diesen den Erwartungen abweicht (z.B. die Zinsen steigen nur moderat stärker an als erwartet). Anders sieht es wiederum aus, wenn die Zinsen beispielsweise sprunghafter ansteigen, als der Markt es bei Vertragsabschluss antizipiert hatte. In diesem Fall könnte auch das Beispielgeschäft von Beginn an positive Nettozahlungen erzeugen. Mit dieser sogenannten Sicherungswirkung wollen wir uns in Abschnitt 3.3 näher beschäftigen.

⁶ Der angesetzte Festzinssatz von 0,60% liegt somit schon sehr nahe am sogenannten „fairen Festzinssatz“, um den wir uns in Abschnitt 3.2 noch genauer kümmern werden.

Abschließend noch ein Hinweis zum Thema Zahlungsströme für finanzmathematische Connaissure: Das beschriebene Verhalten, dass die angesetzten Nettoszahungen zunächst negativ sind und erst später durch positive Zahlungen kompensiert werden, trifft nicht auf alle Festzinsswaps zu, sondern hängt auch vom jeweiligen Laufzeitbereich ab. Wie die obigen Berechnungen zeigen, sind die im Zeitverlauf ansteigenden variablen Zahlungsströme des Beispielgeschäfts nämlich darauf zurückzuführen, dass auch die Forwardkurve in diesen Laufzeitbereichen ansteigt. Hätten wir dagegen ein Beispielgeschäft mit einem Laufzeitbereich betrachtet, in dem die Forwardkurve flach oder sogar invers ist (d.h. „nach unten zeigt“), so würde dieses Geschäft unter Umständen zu Beginn der Laufzeit positive Zahlungen erzeugen, die durch negative Nettoszahungen zum Laufzeitende kompensiert werden. Ein professionelles Zinssteuerungskonzept sollte diese Beobachtungen berücksichtigen.

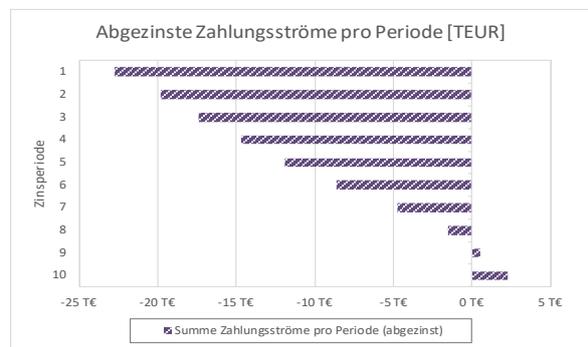
3.2 Der „faire“ Festzinssatz eines Swaps

Im Zusammenhang mit Zinstauschgeschäften ist häufig davon die Rede, dass diese „fair“ abgeschlossen werden. Mit den Erkenntnissen aus dem vorangegangenen Abschnitt können wir nun näher untersuchen, was dies im Detail bedeutet.

Dazu betrachten wir wieder unser Beispielgeschäft, setzen den Festzinssatz aber zunächst auf 0,80% (anstatt wie bisher auf 0,60%). Außerdem betrachten wir nicht die prognostizierten Zahlungsströme selbst, sondern deren Barwerte, d.h. das Produkt aus Zahlungsstrom und Diskontfaktor. Schließlich untersuchen wir die feste und die variable Seite nicht mehr getrennt voneinander, sondern verrechnen die beiden Zahlungsströme pro Periode. Es ergibt sich folgendes Bild:

Volumen 10.000.000 €
Festzinssatz 0,80%

Zinsperiode	Beginn Zinsperiode	Ende Zinsperiode	Zahlungsstrom feste Seite abgezinst	Zahlungsstrom variable Seite abgezinst	Zahlungsströme abdiskontiert
1	30.12.2026	30.06.2027	-39.902 €	17.143 €	-22.759 €
2	30.06.2027	30.12.2027	-39.822 €	20.026 €	-19.796 €
3	30.12.2027	30.06.2028	-39.733 €	22.350 €	-17.383 €
4	30.06.2028	30.12.2028	-39.633 €	24.960 €	-14.673 €
5	30.12.2028	30.06.2029	-39.522 €	27.570 €	-11.952 €
6	30.06.2029	30.12.2029	-39.399 €	30.787 €	-8.612 €
7	30.12.2029	30.06.2030	-39.260 €	34.494 €	-4.767 €
8	30.06.2030	30.12.2030	-39.110 €	37.576 €	-1.534 €
9	30.12.2030	30.06.2031	-38.951 €	39.464 €	513 €
10	30.06.2031	30.12.2031	-38.787 €	41.090 €	2.303 €
			-394.120 €	295.461 €	-98.659 €



Sowohl die Tabelle als auch die Grafik zeigen, dass die Erhöhung des Festzinssatzes auf 0,80% dazu geführt hat, dass die prognostizierten Zahlungsströme in acht von zehn Perioden negativ sind. Nur die letzten zwei Perioden weisen positive Netto-Zahlungsströme auf. Ursächlich ist, dass die Erhöhung des Festzinssatzes dazu führt, dass die (negativen) Zahlungsströme der festen Seite betragsmäßig höher werden als zuvor. Die Zahlungen der variablen Seite dagegen bleiben unverändert, da weiterhin dieselbe Zinskurve unterstellt wird. Der Barwert des Vertrags, d.h. die Summe der abdiskontierten Netto-Zahlungsströme, liegt somit bei ca. -99 TEUR.

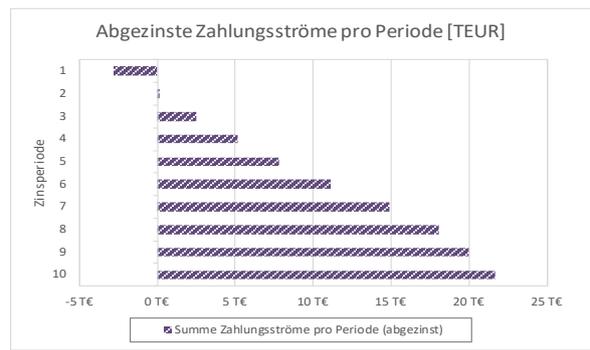
Fachinformation 03/2022:

Zahlungsströme und Barwerte von Zinstauschverträgen: Swapverträgen auf den Zahn geföhlt
Seite 10

Als nächstes verringern wir den Festzinssatz auf 0,40% und führen dieselben Untersuchungen durch:

Volumen 10.000.000 €
Festzinssatz 0,40%

Zinsperiode	Beginn Zinsperiode	Ende Zinsperiode	Zahlungsstrom feste Seite abgezinst	Zahlungsstrom variable Seite abgezinst	Zahlungsströme abdiskontiert
1	30.12.2026	30.06.2027	-19.951 €	17.143 €	-2.808 €
2	30.06.2027	30.12.2027	-19.911 €	20.026 €	115 €
3	30.12.2027	30.06.2028	-19.866 €	22.350 €	2.484 €
4	30.06.2028	30.12.2028	-19.816 €	24.960 €	5.144 €
5	30.12.2028	30.06.2029	-19.761 €	27.570 €	7.809 €
6	30.06.2029	30.12.2029	-19.700 €	30.787 €	11.087 €
7	30.12.2029	30.06.2030	-19.630 €	34.494 €	14.863 €
8	30.06.2030	30.12.2030	-19.555 €	37.576 €	18.021 €
9	30.12.2030	30.06.2031	-19.476 €	39.464 €	19.989 €
10	30.06.2031	30.12.2031	-19.393 €	41.090 €	21.697 €
			-197.060 €	295.461 €	98.401 €



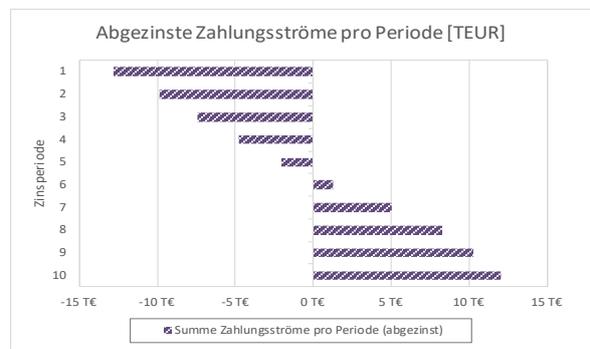
Im Grunde sehen wir nun das umgekehrte Bild wie zuvor: Fast alle Perioden weisen nun positive, abdiskontierte Zahlungsströme auf, nur für die erste Periode wird eine negative Netto-Zahlung angesetzt. Ursächlich ist, dass durch die Reduktion des Festzinssatzes die negativen Zahlungsströme der festen Seite soweit verringert werden, dass sie in fast allen Perioden von den positiven Zahlungen der variablen Seite überkompensiert werden. In Summe ergibt sich somit ein positiver Barwert in Höhe von ca. +98 TEUR.

Diese Betrachtungen führen nun zu einer natürlichen Fragestellung: Lässt sich ermitteln, bei welchem Festzinssatz sich für unseren Beispielvertrag gerade ein Barwert von Null ergibt? Dieser Zinssatz wird im Allgemeinen als „faire Swaprate“ oder „Parswaprate“ (vom lateinischen „par“, das sinngemäß „gleich stark“ bedeutet) bezeichnet.

Die Antwort ist natürlich: Ja! Mit Hilfe relativ einfacher numerischer Methoden (Stichwort: „Zielwertsuche“ in MS Excel) lässt sich ermitteln, dass der faire Festzinssatz für unseren Beispielvertrag bei 0,599738% liegt:

Volumen 10.000.000 €
Festzinssatz 0,599738%

Zinsperiode	Beginn Zinsperiode	Ende Zinsperiode	Zahlungsstrom feste Seite abgezinst	Zahlungsstrom variable Seite abgezinst	Zahlungsströme abdiskontiert
1	30.12.2026	30.06.2027	-29.913 €	17.143 €	-12.770 €
2	30.06.2027	30.12.2027	-29.853 €	20.026 €	-9.827 €
3	30.12.2027	30.06.2028	-29.787 €	22.350 €	-7.436 €
4	30.06.2028	30.12.2028	-29.712 €	24.960 €	-4.751 €
5	30.12.2028	30.06.2029	-29.629 €	27.570 €	-2.059 €
6	30.06.2029	30.12.2029	-29.536 €	30.787 €	1.250 €
7	30.12.2029	30.06.2030	-29.432 €	34.494 €	5.061 €
8	30.06.2030	30.12.2030	-29.320 €	37.576 €	8.256 €
9	30.12.2030	30.06.2031	-29.201 €	39.464 €	10.264 €
10	30.06.2031	30.12.2031	-29.078 €	41.090 €	12.013 €
			-295.461 €	295.461 €	0 €



Wie gewünscht addieren sich die abdiskontierten Zahlungsströme über die Laufzeit des Vertrags exakt zu Null auf. In der Praxis werden die Zinssätze der festen Seite eines Zinstauschvertrags natürlich nicht auf sechs Nachkommastellen genau gehandelt. Marktüblich sind hier zwei bis drei Nachkommastellen. Wir würden also bei einem gerundeten Festzinssatz von ca. 0,60% und somit bei unserem ursprünglich betrachteten Beispielvertrag landen. Dessen Barwert weicht mit -129 EUR nur marginal von 0 EUR ab, siehe Abschnitt 3.1.

Fachinformation 03/2022:

Zahlungsströme und Barwerte von Zinstauschverträgen: Swapverträgen auf den Zahn gefühlt

Seite 11

Bundesverband öffentlicher Zinssteuerung e.V., Offenbachstr. 41, 81245 München, Tel.: +49 89 82994640
www.bundesverband-zinssteuerung.org

Abschließend sei bemerkt, dass Banken beim Abschluss von Zinstauschverträgen im Allgemeinen gewisse Kosten ansetzen (z.B. Risikoaufschläge/CVA Charge, Eigenkapitalkosten, ...). Diese Kosten werden meist in die Festsatzkondition einkalkuliert. Folglich muss keine Zahlung erfolgen, um in den Swapvertrag einzutreten. Stattdessen startet der Vertrag mit einem von Null abweichenden Barwert.

3.3 Die Sicherungswirkung eines Swaps gegen Zinsveränderungen

Bisher waren wir bei unseren Betrachtungen jeweils von einem statischen Zinsniveau ausgegangen. Nun sind Festzinszahler- und Festzinsempfänger-Swaps aber gerade dafür gedacht, die Kommune gegen steigende bzw. fallende Zinsen abzusichern. Folglich wollen wir im nächsten Schritt eine Veränderung des Zinsniveaus simulieren und analysieren, wie sich der Barwert unseres Beispielvertrags dadurch verändert. Auch werden wir im Detail untersuchen, welche „Komponenten“ der in Abschnitt 2 erläuterten Bewertungsmethoden für die Wertveränderung verantwortlich sind.

Dazu nehmen wir an, dass sich die Zinssätze für alle Laufzeiten ad-hoc, d.h. quasi „über Nacht“, um +1% erhöht haben. Man spricht in diesem Zusammenhang auch von einer Parallelverschiebung der Zinskurve.⁷

Volumen 10.000.000 €
Festzinssatz 0,60%

Zinsperiode	Beginn Zinsperiode	Ende Zinsperiode	Zahlungsstrom feste Seite abgezinst	Zahlungsstrom variable Seite abgezinst	Zahlungsströme abdiskontiert
1	30.12.2026	30.06.2027	-28.323 €	63.464 €	35.142 €
2	30.06.2027	30.12.2027	-28.124 €	66.087 €	37.962 €
3	30.12.2027	30.06.2028	-27.920 €	67.885 €	39.965 €
4	30.06.2028	30.12.2028	-27.710 €	69.932 €	42.222 €
5	30.12.2028	30.06.2029	-27.493 €	71.701 €	44.207 €
6	30.06.2029	30.12.2029	-27.269 €	74.516 €	47.247 €
7	30.12.2029	30.06.2030	-27.036 €	77.268 €	50.232 €
8	30.06.2030	30.12.2030	-26.796 €	79.878 €	53.083 €
9	30.12.2030	30.06.2031	-26.551 €	80.848 €	54.297 €
10	30.06.2031	30.12.2031	-26.304 €	82.031 €	55.727 €
			-273.527 €	733.611 €	460.084 €



Durch die Zinserhöhung um +1% hat sich somit der Barwert unseres Beispielvertrags von ursprünglich -129 EUR auf ca. +460.000 EUR erhöht. Vergleicht man die Werte mit der Tabelle aus Abschnitt 3.1, wo die Bewertung basierend auf dem aktuellen Marktniveau durchgeführt wurde, so erkennt man, dass diese Werterhöhung auf zwei Effekte zurückzuführen ist:

- Die abgezinsten Zahlungsströme der variablen Seite haben sich von ca. +295 TEUR auf ca. +734 TEUR erhöht. Dies ist vor allem darauf zurückzuführen, dass sich durch die Parallelverschiebung der Zinskurve auch die Forwardzinsen um +1% nach oben bewegt haben. Und wie in Abschnitt 2.3 gezeigt wurde, führt dies direkt zu einer Erhöhung der für die Bewertung angesetzten variablen Zahlungsströme.

⁷ Solche ad-hoc Szenarien werden unter anderem in der Banksteuerung häufig eingesetzt. Der Vorteil dieser Szenarien ist, dass bei der Interpretation der Ergebnisse keine wechselwirkenden Effekte aus anderen Einflussfaktoren (z.B. dem Zeitablauf) herausgerechnet werden müssen. Auch hat die Zinsentwicklung im Frühjahr 2022 gezeigt, dass die Annahme in einem steigenden Marktumfeld nicht allzu weit von der Realität entfernt ist. So ist beispielsweise der 10-jährige Swapsatz zwischen dem 31.01.2022 und dem 04.05.2022 von ca. 0,4% auf ca. 1,8% angestiegen. Für einen Zinsanstieg um +1,4% waren somit nur etwas mehr als 60 Handelstage nötig.

- Die abgezinsten Zahlungsströme der fixen Seite haben sich ebenfalls verbessert, nämlich von ursprünglich ca. -296 TEUR auf nun ca. -274 TEUR. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die festen Zahlungsströme durch das erhöhte Zinsniveau nun stärker abdiskontiert werden als zuvor.

Das Beispiel zeigt eindrucksvoll, dass es sich bei dem betrachteten Festzinszahler-Swap tatsächlich um ein Sicherungsinstrument gegen steigende Zinsen handelt: Durch den simulierten Zinsanstieg hat sich der Wert des Vertrags von ca. 0 TEUR auf ca. +460 TEUR erhöht. Dieser Betrag kann von der Kommune dann beispielsweise eingesetzt werden, um durch die Zinserhöhung induzierte höhere Zinszahlungen im Darlehensportfolio zu kompensieren und somit eine ungeplante Belastung des Haushalts zu verringern bzw. ganz zu vermeiden.

Gleichzeitig muss berücksichtigt werden, dass ein Zinsrückgang über dieselben Mechanismen dazu führen würde, dass der Barwert des Beispielvertrags negativ wird. In diesem Fall würde aber gleichzeitig die Zinsbelastung aus dem Darlehensportfolio sinken, da variable Kredite, neu aufgenommene Festzinskredite oder Prolongationen mit einem niedrigeren Nominalzins verzinst würden. Auch in diesem Fall besteht folglich eine Sicherungsbeziehung zwischen Darlehensportfolio und Zinstauschvertrag.

4. Diskussion und Fazit

Im vorliegenden Aufsatz haben wir anhand von beispielhaften Berechnungen nachvollzogen, wie Zinstauschverträge bewertet werden können und welche Daten dafür nötig sind. Die dabei durchgeführten Betrachtungen gehen deutlich über den finanzmathematischen Kenntnisbedarf hinaus, der für das operative Tagesgeschäft der kommunalen Zinssteuerung nötig ist. Dort werden die geschilderten Berechnungsschritte vielmehr von etablierten IT-Systemen automatisiert durchgeführt. Als Beispiel sei hier auf das „Berechnungstool zur Swap-Bewertung“ verwiesen, auf das im Download-Bereich der Homepage des Bundesverbands öffentlicher Zinssteuerung zugegriffen werden kann.

Trotzdem sind die gewonnenen, theoretischen Beobachtungen nützlich, da sie zum einen das Verständnis festigen und zum anderen auch praktische Erkenntnisse daraus abgeleitet werden können. Beispielsweise lässt sich damit erklären, wie sich der sogenannte faire Festzinssatz eines Zinstauschvertrags ermitteln lässt. Auch konnten wir interessante Erkenntnisse über das Zahlungsverhalten von Zinsswaps gewinnen. Schließlich haben wir die betrachteten Bewertungsmethoden eingesetzt, um deutlich zu machen, dass es sich bei Festzinszahler- bzw. Festzinsempfänger-Zinsverträgen tatsächlich um Sicherungsinstrumente gegen steigende bzw. fallende Zinsen handelt.

Dr. Andreas Käußl

Zweck des Bundesverbands öffentlicher Zinssteuerung e.V. seit seiner Gründung im Jahr 2012 ist die Förderung der Berufsbildung zum Zins- und Schuldenmanagement und zu finanzmathematischen Fragestellungen bei Zinssteuerungsmaßnahmen, insbesondere bei der öffentlichen Hand, sowie die Schulung zu dieser Thematik.

Dieser Zweck soll in erster Linie erreicht werden durch:

- eine systematische, wissenschaftlich-universitär begleitete Untersuchung des Fachgebietes des Zins- und Schuldenmanagements, insbesondere der Zinssteuerung.
- Veröffentlichung der Untersuchungsergebnisse und Erarbeitung von Zinssteuerungsstrategien.
- Durchführung von Seminaren und Kolloquien zur Behandlung von Fragestellungen zum Zins- und Schuldenmanagement und zur Zinssteuerung und deren finanzmathematischem Hintergrund zur Weiterbildung vorwiegend von Finanzverantwortlichen der öffentlichen Hand, jedoch offen für alle Vertreter von Institutionen, die mit Zinsänderungsrisiken befasst sind.
- Informationsvermittlung und Aufklärung an Aufsichtsorgane, Prüfungsorganisationen.
- Zusammenarbeit mit öffentlichen und privaten Aufsichtsorganen, Prüfungsorganisationen und Verbänden.
- Zusammenarbeit mit Initiativen ähnlicher Zielsetzung.

www.bundesverband-zinssteuerung.org