



Drehungen der Zinskurve und der Einfluss auf die Swap-Bewertung

1. Problemstellung

Wenn Kreditnehmer sich mit Zinsderivaten gegen Zinsveränderungen absichern, denken sie zumeist an Absicherungen gegen einen Anstieg der Zinsen. Für den Finanzmathematiker stellt sich jedoch sofort die Frage, was mit Anstieg der Zinsen gemeint ist. Allein der verwendete Plural zeigt an, dass es nicht den Zins gibt, sondern Zinsen in verschiedenen Dimensionen differenziert werden können. Neben der Differenzierung nach Kreditrisiko ist die Differenzierung nach Laufzeiten die wichtigste Dimension. Letztere Dimensionierung drückt sich dadurch aus, dass für unterschiedliche Laufzeiten unterschiedliche Zinssätze gezahlt werden, was der Finanzmathematiker mit Fristigkeitsstruktur der Zinssätze oder kurz Zinsstrukturkurven bezeichnet. Einige Beispiele für Zinsstrukturkurven, die sich tatsächlich in Deutschland eingestellt haben, gibt nachfolgende Graphik wieder.

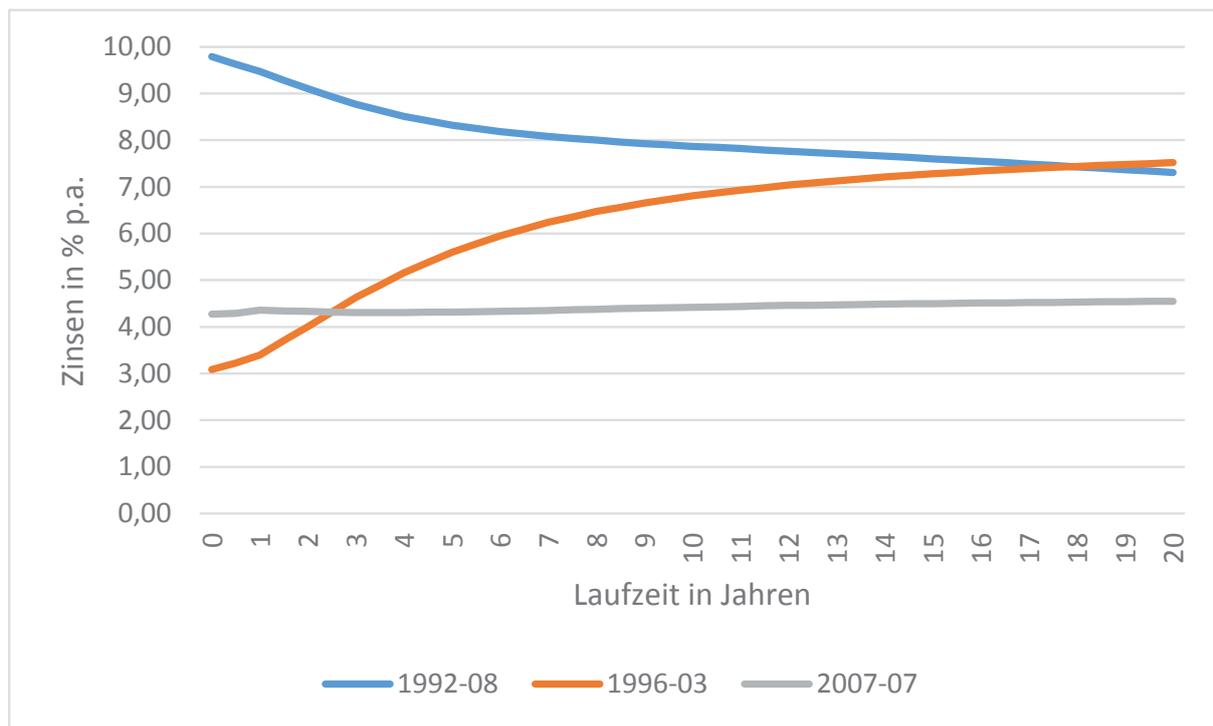


Abbildung 1: normale (rote), inverse (blaue) und flache (graue) Zinsstrukturkurve nach Deutsche Bundesbank



Bundesverband öffentlicher Zinssteuerung e.V.

Hieraus wird deutlich, dass Formen von Zinskurven unter anderem steigende (März 1996), fallende (August 1992) und flache (Juli 2007) Verläufe annehmen können; aber auch Verläufe mit Maxima und Minima traten in der Vergangenheit auf. Allerdings ist der Normalfall eine im Großen und Ganzen steigende Kurve, weshalb diese Kurve auch als normale Zinskurve bezeichnet wird. Dies ist auch der Verlauf, mit dem Kreditnehmer meist konfrontiert sind. Leihen sie sich Geld für einen kurzen Zeitraum, zahlen sie meist einen geringeren Zinssatz als für einen langen Zeitraum. Die gegenteilige, „nicht-normale“ Situation wird auch als inverse Zinsstrukturkurve bezeichnet.¹

Insgesamt verdeutlichen diese Kurvenverläufe, dass auch ein Wechsel zwischen den verschiedenen Formen nicht nur möglich, sondern sogar wahrscheinlich ist. Daraus folgt, dass die anfangs dargestellte Überlegung differenzierter betrachtet werden kann. So sucht sich der Kreditnehmer mit Hilfe eines Zinsderivats gegen steigende Zinsen zu versichern, allerdings ist es eher unwahrscheinlich, dass stets alle Zinsen gleichzeitig um den gleichen Betrag ansteigen. Vielmehr tritt auch der Fall auf, dass Zinsen mit unterschiedlichen Laufzeiten unterschiedlich stark ansteigen oder im Extremfall nur ein Teil der Zinssätze ansteigt, während ein anderer Teil fällt.

Somit stellt sich für den Kreditnehmer die Frage, wie sich eine solche Formveränderung der Kurve neben dem Zinsanstieg- oder verfall derselben auf die Sicherungswirkung eines Zinsderivats, hier im speziellen eines Zinsswaps, auswirkt. Insbesondere stellt sich natürlich die Frage, ob eine solche Formveränderung die Sicherungswirkung sogar gänzlich aufheben oder umgekehrt, ob der Kreditnehmer sich diese Formveränderungen bei der Zinssicherungsstrategie zu Nutze machen kann.



2. Bausteine

2.1 Baustein Nr. 1: Zinskurve

Um den möglichen Effekt zu zeigen, wird zum einen eine Zinsstrukturkurve benötigt. Dazu wird exemplarisch auf zwei Beispiele zurückgegriffen, welche die zu analysierenden Effekte deutlich zu Tage treten lassen. Hier wird auf die Kurve vom August 1992 und die vom März 1996 zurückgegriffen, da beide als jeweils idealtypische Zinskurven angesehen werden können.

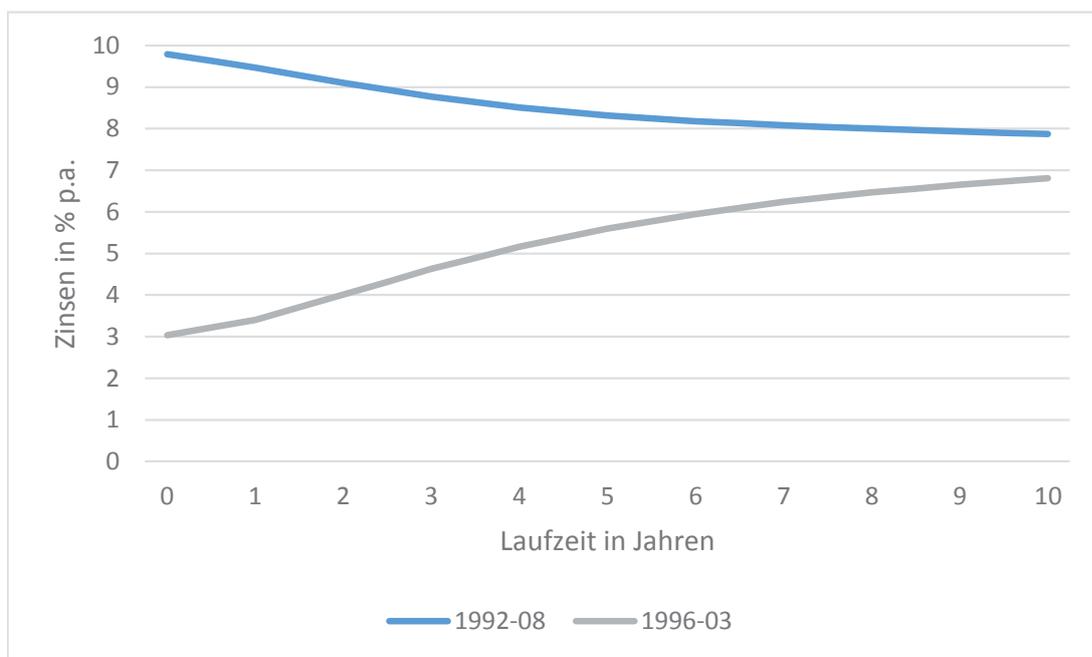


Abbildung 2: Idealtypische Zinsstrukturkurven nach Deutsche Bundesbankⁱⁱ



	Laufzeit	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Kassazins	1992-08	9,63	9,47	9,29	9,10	8,94	8,77	8,64	8,51	8,42	8,32
	1996-03	3,22	3,40	3,71	4,01	4,32	4,63	4,90	5,16	5,38	5,60
Terminzins	1992-08	5,95	6,10	6,24	6,36	6,47	6,56	6,65	6,73	6,81	7,47
	1996-03	3,22	3,58	4,32	4,93	5,57	6,19	6,50	7,03	7,16	7,60
		5,5	6	6,5	7	7,5	8	8,5	9	9,5	10
		8,25	8,18	8,13	8,08	8,04	8,00	7,97	7,93	7,90	7,87
		5,78	5,95	6,10	6,24	6,36	6,47	6,56	6,65	6,73	6,81
		7,55	7,41	7,53	7,43	7,48	7,40	7,41	7,34	7,36	7,30
		7,54	7,89	7,85	8,14	7,98	8,21	8,01	8,19	8,18	8,34

Tabelle 1: Daten zu den Zinskurven im August 1992 und März 1996 (Kassa- und Terminzinssätze) nach Deutscher Bundesbank

2.2 Baustein Nr. 2: Formen der Zinskurve

Um Bewegungen der Zinssätze zu betrachten, existieren theoretisch extrem viele Möglichkeiten, wie sich Zinsstrukturkurven verändern können. Allerdings werden im Folgenden diese Fälle auf mehrere Spezialfälle reduziert. Dies hat im Wesentlichen drei Gründe. Die Hauptmotivation für ein solches Vorgehen liegt in der Tatsache begründet, dass dadurch eine erhebliche Komplexitätsreduktion erreicht wird. Dennoch bildet diese Reduktion ein Großteil der Szenarien ab, die in der Realität vorliegen können. Denn Zinsstrukturkurven können sich aus finanzmathematischen Gründen nicht beliebig verändern. So ist etwa ein extremer Anstieg des Zinssatzes für eine Laufzeit von einem Jahr bei gleichzeitigem Rückgang des Zinssatzes von zwei Jahren aus finanzmathematischer Sicht unmöglich.ⁱⁱⁱ In einem solchen Fall würden sich Marktteilnehmer in großem Umfang Geld für zwei Jahre leihen und für ein Jahr anlegen, was zu einer entsprechenden Anpassung der Zinssätze führt. Somit kann die Kurve nur gewisse Verläufe annehmen. Danach muss jede Zinsstrukturkurve stetig sein und darf nicht zu stark fallen. Ersteres bedeutet etwa, dass die Kurve zeichenbar ist, ohne den Stift abzusetzen. Alles in allem



werden also durch die vorgeschlagenen Zinsszenarien die durch die Finanzmathematik vorgegebenen Grenzen gut abgebildet. Zweitens ist es auch vorstellbar, komplexere Bewegungen, bei denen verschiedene Zinsen sich auf- und abwärts bewegen, in Laufzeitintervalle zu zerlegen, auf denen sich die Standardszenarien beobachten lassen.

Somit wirken die Szenarien auf den ersten Blick als spezielle Szenarien, die in der Realität auftreten. Auf den zweiten Blick lässt sich mit ihnen die Realität gut abbilden. Ergänzend ist noch Folgendes zu bemerken. Alle Szenarien sind als ad hoc-Veränderungen gedacht. Das bedeutet, dass die Veränderung der Zinskurve unmittelbar nach Eingehen des Swapvertrags stattfindet. Dies ist absolut nicht realistisch, da Zinsen sich normalerweise langsamer in der Zeit bewegen. Letzteres bedeutet allerdings, dass sogenannte Ablauffeffekte auftreten, die hier nicht behandelt werden sollen.^{iv} Wenn man nun Szenarien betrachtet, in denen sich die Zinsstrukturkurve über die Zeit ändert, würden beide Effekte überlagert. Um nun aber die Effekte wirklich analysieren zu können, müssen beide Effekte getrennt werden, was durch das Konstrukt der ad hoc-Szenarien erreicht wird.

Insgesamt wird damit von zwei Drehszenarien ausgegangen, die beide den konstanten Mittelpunkt an der Stelle fünf Jahre haben. Ein solcher Mittelpunkt entspricht zwar selten der Realität, da die langfristigen Zinssätze sich langsamer bewegen als die kurzfristigen.^v Doch ist es hier – aus Gründen der Anschaulichkeit – einfacher, von einer symmetrischen Situation auszugehen. Die beiden Szenarien lauten dann wie folgt:

1. Drehung im Uhrzeigersinn: Hierzu werden die kurzfristigen Zinssätze angehoben, die langfristigen Zinssätze vermindert. Konkret wird der Zinssatz für einen Tag und damit de facto null Jahren um einen Prozentpunkt angehoben, der bei zehn Jahren um einen Prozentpunkt abgesenkt. Alle Zinssätze dazwischen verändern sich ihrer Lage zum Mittelpunkt entsprechend weniger. So steigt etwa der Zinssatz bei 2,5 Jahren Laufzeit um einen halben Prozentpunkt und der bei neun Jahren vermindert sich um 0,9 Prozentpunkte.
2. Drehung gegen den Uhrzeigersinn. Auch hier wird als Mittelpunkt der Drehung fünf Jahre angenommen. Nun wird der Zinssatz für einen Tag um einen Prozentpunkt verringert, der Zinssatz für 10 Jahre um einen Prozentpunkt erhöht.

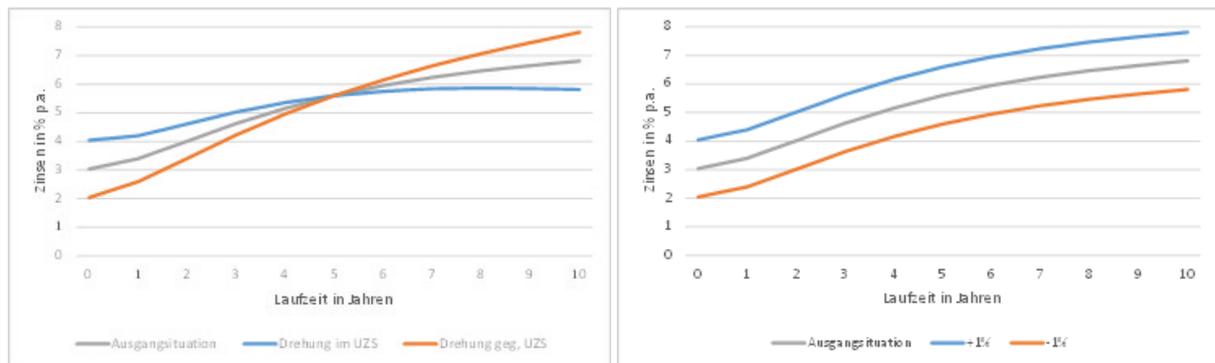


Abbildung 3: Standardszenarien für die Zinsstrukturkurve vom März 1996 (links: Drehung im und gegen den Uhrzeigersinn; Variation des Tagesgeld- und des zehnjährigen Zinssatzes um jeweils +1 Prozentpunkt, Mittelpunkt der Drehung bei fünf Jahren; rechts: Parallelverschiebung, Veränderung aller Zinssätze um +1 Prozentpunkt)

Zu Vergleichszwecken wird zusätzlich die Zinskurve parallel um einen Prozentpunkt nach oben und unten verschoben. In diesem Szenario steigen sämtliche Zinssätze um einen Prozentpunkt an oder sinken um einen Prozentpunkt ab.

2.2 Baustein Nr. 3: Swaps

Um nun die Wirkung der Zinsstrukturkurvenbewegungen auf die Swaps zu analysieren, werden beispielhafte Swaps eingeführt. Als Standardfall wird ein Payer-Swap betrachtet. Dieser zeichnet sich dadurch aus, dass der Kreditnehmer die fixe Zinszahlung zu leisten hat (Payer) und im Gegenzug die variable Zinszahlung, die an einen Referenzzinssatz gekoppelt ist, erhält. Steigen nun die Zinsen an, so steht einer gleichbleibenden (fix) zu leistenden Auszahlung eine steigende Einzahlung gegenüber. In diesem Beispiel wird für den Payer-Swap eine Laufzeit von 5 Jahren vereinbart. Die Laufzeit startet mit dem heutigen Tag, sodass es sich um einen Kassaswap handelt.^{vi} Als variabler Zinssatz wird der 6-Monats-Euribor vereinbart. Daraus ergibt sich eine Zinsfrequenz von einem halben Jahr. Der vereinbarte fixe Zinssatz, genannt Swapsatz, beträgt in diesem Fall 5,49%; das Nominalvolumen 100. Er lässt sich aus folgender Überlegung ermitteln. Die Grundidee zur Berechnung basiert dabei auf einer Tatsache. Im Abschlusszeitpunkt hat der Swap einen Wert von Null. Dazu muss der Barwert der fixen Zahlungen dem der variablen Zahlungen entsprechen.

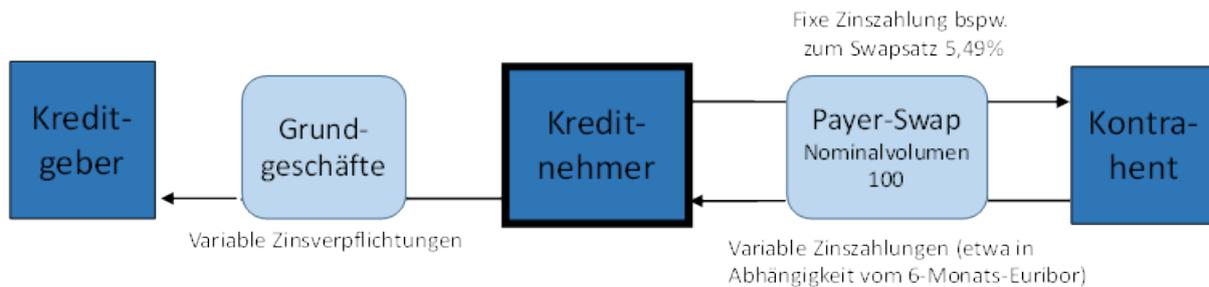


Abbildung 4: Payer-Swap mit einer Laufzeit von 0 bis 5 Jahren

Ersterer ermittelt sich durch Diskontieren der fixen Zahlungen mit dem jeweiligen laufzeitabhängigen Zinssatz. Diese fixen Auszahlungen bestimmen sich als Produkt aus dem Zinssatz (auf den Nominalbetrag) und dem Jahresbruchteil für die Zinsfrequenz (6 Monate) zu

$$-5,49\% \cdot \frac{1}{2} \cdot 100 = -2,75.$$

Somit erhält man für den Barwert:^{vii}

$$\frac{-2,75}{(1+3,22\%)^{0,5}} + \frac{-2,75}{1+3,40\%} + \frac{-2,75}{(1+3,71\%)^{1,5}} + \frac{-2,75}{(1+4,01\%)^2} + \dots + \frac{-2,75}{(1+5,60\%)^5} = -24,19$$

Für den zweiten Barwert benötigt man neben dem bekannten aktuellen Referenzzinssatz dagegen die Referenzzinssätze zu den zukünftigen Zeitpunkten.

$$\frac{1,61}{(1+3,22\%)^{0,5}} + \frac{1,79}{1+3,40\%} + \frac{2,16}{(1+3,71\%)^{1,5}} + \frac{2,47}{(1+4,01\%)^2} + \dots + \frac{3,80}{(1+5,60\%)^5} = 24,19$$

Die variablen Zahlungen bestimmen sich als Produkt aus dem jeweiligen Terminzinssatz (auf den Nominalbetrag) und dem Jahresbruchteil für die Zinsfrequenz (6 Monate):

$$3,22\% \cdot \frac{1}{2} \cdot 100 = 1,61, \quad 3,58\% \cdot \frac{1}{2} \cdot 100 = 1,79 \quad \text{und} \quad 4,32\% \cdot \frac{1}{2} \cdot 100 = 2,16$$



Bundesverband öffentlicher Zinssteuerung e.V.

z.B. für die ersten drei Zeiträume. Diese sind heute nicht bekannt und werden deswegen über Terminzinssätze bestimmt. Terminzinssätze entstammen dabei sogenannten Termingeschäften.^{viii} Generell unterscheidet sich das Termingeschäft vom Kassageschäft, indem jegliche Erfüllungsgeschäfte erst zu einem zukünftigen Zeitpunkt stattfinden. So wird etwa beim Forward-Darlehen heute eine Vereinbarung getroffen, dass der Kreditgeber dem Kreditnehmer in einem Jahr für eine Laufzeit von einem halben Jahr einen Kredit gewährt, den der Kreditnehmer in eineinhalb Jahren zurückzahlen muss. Somit liegen hier sämtliche Erfüllungsgeschäfte in der Zukunft und der vereinbarte Zins bezieht sich auf den Zeitraum von Jahr 1 bis Jahr 1,5. Dieser Zins, welcher damit ein Terminzins ist, kann nun als Kandidat für den Referenzzinssatz, hier den 6-Monats-Euribor, benutzt werden, der in einem Jahr festgelegt wird. Setzt man nun für alle unbekannt Referenzzinssätze die Terminzinssätze ein, kann man den Barwert der variablen Zinszahlungen wiederum durch Diskontieren mit dem jeweiligen laufzeitabhängigen Zinssatz bestimmen.

Wie man sieht, sind die Barwerte identisch und der Swap hat im Abschlusszeitpunkt einen Wert von Null.

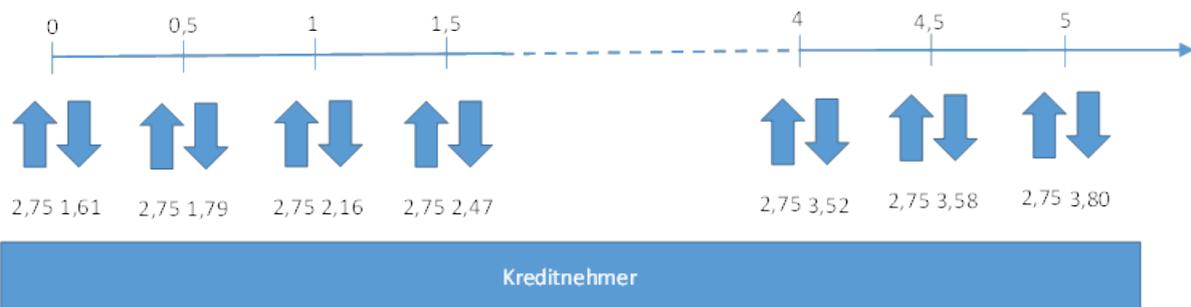


Abbildung 5: Zahlungen beim Payer-Swap mit einer Laufzeit von 0 bis 5 Jahren (Aufwärtspfeil: fixe Zahlung; Abwärtspfeil: variable Zahlung)

Zu Vergleichszwecken wird ein Receiver-Swap eingeführt. Hier erhält der Kreditnehmer den fixen Zinssatz und muss den variablen Zinssatz leisten. Der hier betrachtete Receiver-Swap hat die gleichen Daten wie obiger Payer-Swap: Eine Laufzeit von fünf Jahren, halbjährliche Zinsfrequenz, Referenzzinssatz 6-Monats-Euribor. Auch der Swapsatz ist identisch, da die Berechnung mit einer Ausnahme



die gleiche ist. Beim Swap waren die zu leistenden Zahlungen die fixen Zinszahlungen, die erhaltenen Zahlungen die variablen Zahlungen. Beim Receiver-Swap ist dies umgekehrt. Aber gemeinsam gilt, dass der Barwert beider Zahlungen identisch sein muss. Somit ist der Swapsatz für Payer- und Receiver-Swap der gleiche.

$$\frac{2,75}{(1+3,22\%)^{0,5}} + \frac{2,75}{1+3,40\%} + \dots + \frac{2,75}{(1+5,60\%)^5} = 24,19 \quad \frac{-1,61}{(1+3,22\%)^{0,5}} + \frac{-1,79}{1+3,40\%} + \dots + \frac{-3,80}{(1+5,60\%)^5} = -24,19$$

Um die Wirkungen der Swaps mit Laufzeiten rechts vom Mittelpunkt zu analysieren, werden sogenannte Forward-Swaps eingeführt.^{ix} Mit einem solchen vereinbart der Kreditnehmer, dass er zu einem künftigen Zeitpunkt einen Swap eingeht, wobei alle Swapdaten (wie Laufzeit, Zahlungsfrequenz, Referenzzinssatz und Swapsatz) bereits heute festgelegt werden. Analog zu den Forward-Darlehen liegt bei diesen Geschäften der Laufzeitbeginn in der Zukunft. Um das vorliegende Beispiel zu komplettieren, werden zwei zusätzliche Forward-Swaps, nämlich ein Payer-Swap mit Start nach 2,5 Jahren und ein Payer-Swap mit einem Startzeitpunkt in fünf Jahren angenommen. Beide Swaps haben jeweils eine Laufzeit von fünf Jahren, eine halbjährliche Zinsfrequenz und den 6-Monats-Euribor als Referenzzinssatz. Exakt mit der gleichen Vorgehensweise wie beim Kassaswap lässt sich auch der Swapsatz für die beiden Forward-Swaps bestimmen. Für den Forward-Swap mit Startdatum in 2,5 Jahren errechnet sich ein Swapsatz von 7,33 %. Wiederum gleicht der Barwert der fixen Zahlungen dem der variablen Zahlungen:

$$\frac{-3,66}{(1+4,63\%)^3} + \frac{-3,66}{(1+4,90\%)^{3,5}} + \dots + \frac{-3,66}{(1+6,36\%)^{7,5}} = -27,46 \quad \frac{3,10}{(1+4,63\%)^3} + \frac{3,25}{(1+4,90\%)^{3,5}} + \dots + \frac{3,99}{(1+6,36\%)^{7,5}} = 27,46$$

Für den zweiten Swap bestimmt sich der Swapsatz zu 8,01 %. Vergleicht man alle drei Swaps, so stellt man fest, dass mit ansteigender Laufzeit der Swapsatz ansteigt, was sich direkt aus der Form der normalen Zinskurve erklären lässt.

$$\frac{-4,01}{(1+5,78\%)^{5,5}} + \frac{-4,01}{(1+5,95\%)^6} + \dots + \frac{-4,01}{(1+6,81\%)^{10}} = -24,89 \quad \frac{3,77}{(1+5,78\%)^{5,5}} + \frac{3,95}{(1+5,95\%)^6} + \dots + \frac{4,17}{(1+6,81\%)^{10}} = 24,89$$

Zu guter Letzt steht jedem Payer-Swap ein baugleicher Receiver-Swap gegenüber, der ganz analog zum Paar bei Kassaswaps identische Daten inklusive des Swapsatzes aufweist.



3. Szenarien

3.1 Kassaswap-Verschiebungsszenario

Nachdem alle Daten eingeführt wurden, wird nun die Wirkung auf die Swaps analysiert. Zunächst wird der Standard-Payer-Swap, der Kassaswap, mit einer Laufzeit von fünf Jahren bei Vorliegen einer normalen Zinskurve betrachtet. Steigen die Zinssätze an, erhöhen sich die künftigen Referenzzinssätze und damit die erwarteten variablen Zinssätze. Somit steigen die zu erhaltenden variablen Einzahlungen bei gleichbleibenden fixen zu leistenden Auszahlungen, was sich in einer positiven Entwicklung des Swaps äußern dürfte.

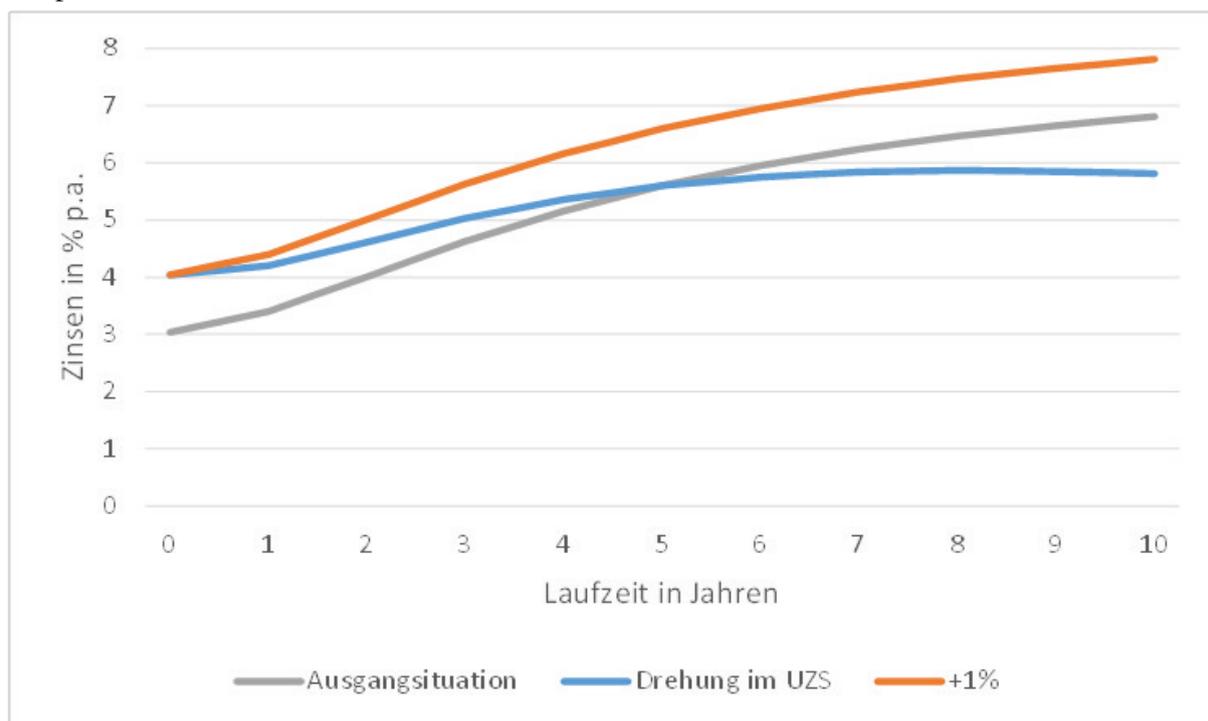


Abbildung 6: Szenarien Zinsstrukturkurve, Ausgangssituation im März 1996 (grau), Drehung im Uhrzeigersinn (blau), Parallelverschiebung +1 Prozentpunkt (rot)



Bundesverband öffentlicher Zinssteuerung e.V.

Laufzeit		0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Kassazins	+1%	4,22	4,4	4,71	5,01	5,32	5,63	5,90	6,16	6,38	6,60
	Dreh. UZS	4,12	4,2	4,41	4,61	4,82	5,03	5,20	5,36	5,48	5,60
Terminzins	+1%	4,22	4,58	5,32	5,93	6,57	7,19	7,50	8,03	8,16	8,60
	Dreh. UZS	4,12	4,28	4,82	5,23	5,66	6,09	6,19	6,52	6,44	6,69
		5,5	6	6,5	7	7,5	8	8,5	9	9,5	10
		6,78	6,95	7,10	7,24	7,36	7,47	7,56	7,65	7,73	7,81
		5,68	5,75	5,80	5,84	5,86	5,87	5,86	5,85	5,83	5,81
		8,54	8,89	8,85	9,14	8,98	9,21	9,01	9,19	9,18	9,34
		6,43	6,58	6,34	6,43	6,07	6,10	5,70	5,68	5,47	5,43

Tabelle 2: Daten der Szenarien, Zinserhöhung und Drehung der Zinsstrukturkurve März 1996 im Uhrzeigersinn (Kassa- und Terminzinssätze)

Tatsächlich zeigt dies auch die Finanzmathematik. Hier wird der Wert des Swaps wiederum als Differenz der Barwerte von Ein- und Auszahlungen ermittelt. Diese Differenz ist nun positiv, wie folgende Rechnung verdeutlicht.

$$\left(\frac{-2,75}{(1+4,22\%)^{0,5}} + \frac{-2,75}{1+4,40\%} + \dots + \frac{-2,75}{(1+6,60\%)^5} \right) + \left(\frac{1,61}{(1+4,22\%)^{0,5}} + \frac{2,29}{1+4,40\%} + \dots + \frac{4,30}{(1+6,60\%)^5} \right) =$$

$$-23,60 + 27,32 = 3,72$$

Die eingangs gemachte und allgemein bekannte Überlegung, dass der Payer-Swap für Sicherungen gegen Zinssteigerungen eingesetzt werden kann, wird damit beispielhaft nochmals untermauert.

Der gegenteilige Effekt tritt beim Receiver-Swap auf. Hier bewirkt ein Anstieg der Zinsen höhere erwartete (zu leistende) Auszahlungen für die variablen Zinsen bei gleichbleibenden fixen (zu erhaltenen) Zinsen. Somit fällt der Wert des Receiver-Swaps aufgrund der spiegelbildlichen Konstruktion exakt um den gleichen Wert, wie der Wert des Payer-Swaps angestiegen ist.

$$\left(\frac{2,75}{(1+4,22\%)^{0,5}} + \frac{2,75}{1+4,40\%} + \dots + \frac{2,75}{(1+6,60\%)^5} \right) + \left(\frac{-1,61}{(1+4,22\%)^{0,5}} + \frac{-2,29}{1+4,40\%} + \dots + \frac{-4,30}{(1+6,60\%)^5} \right) =$$

$$23,60 - 27,32 = -3,72$$



Fällt nun die Zinskurve um einen Prozentpunkt, fallen die variablen Zinsen, der Wert des Payer-Swaps geht aufgrund der geringeren variablen Einzahlungen zurück und der Wert des Receiver-Swaps steigt aufgrund der geringeren Auszahlungen an.

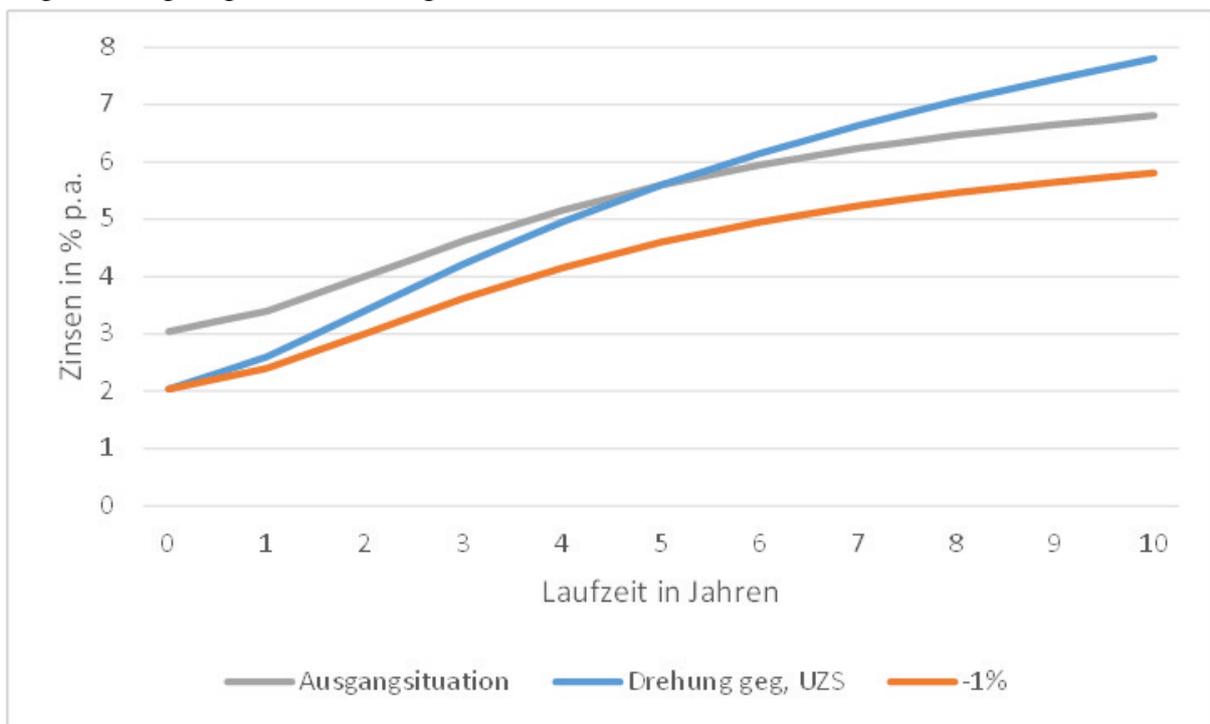


Abbildung 7: Szenarien Zinsstrukturkurve, Ausgangssituation im März 1996 (grau), Drehung gegen den Uhrzeigersinn (blau), Parallelverschiebung -1 Prozentpunkt (rot)



	Laufzeit	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Kassazins	-1%	2,22	2,4	2,71	3,01	3,32	3,63	3,90	4,16	4,38	4,60
	Dreh. UZS	2,32	2,6	3,01	3,41	3,82	4,23	4,60	4,96	5,28	5,60
Terminzins	-1%	2,22	2,58	3,32	3,93	4,57	5,19	5,50	6,03	6,16	6,60
	Dreh. UZS	2,32	2,88	3,82	4,63	5,48	6,30	6,81	7,55	7,88	8,52
		5,5	6	6,5	7	7,5	8	8,5	9	9,5	10
		4,78	4,95	5,10	5,24	5,36	5,47	5,56	5,65	5,73	5,81
		5,88	6,15	6,40	6,64	6,86	7,07	7,26	7,45	7,63	7,81
		6,54	6,89	6,85	7,14	6,98	7,21	7,01	7,19	7,18	7,34
		8,66	9,22	9,38	9,88	9,91	10,35	10,35	10,73	10,92	11,29

Tabelle 3: Daten der Szenarien, Zinssenkung und Drehung der Zinsstrukturkurve März 1996 gegen den Uhrzeigersinn (Kassa- und Terminzinssätze)

$$\left(\frac{-2,75}{(1+4,22\%)^{0,5}} + \frac{-2,75}{1+4,58\%} + \dots + \frac{-2,75}{(1+4,36\%)^5} \right) + \left(\frac{1,61}{(1+2,22\%)^{0,5}} + \frac{1,29}{1+2,40\%} + \dots + \frac{3,30}{(1+4,60\%)^5} \right) =$$

$$23,60 - 27,32 = -3,72$$

Konträr dazu reagiert der Wert des Receiver-Swaps positiv auf diese Zinssenkung mit 3,72.

3.2 Kassaswap- Drehszenario

Wird nun der Fall einer Drehung im Uhrzeigersinn betrachtet, kann man als erstes deren Auswirkung auf den Standard-Payer-Swap, den Kassaswap, analysieren. Durch die Drehung werden nun sämtliche Zinssätze links vom Mittelpunkt angehoben. Diese Zinssteigerung wirkt sich aufgrund höherer Einzahlungen naturgemäß positiv auf den Wert des Payer-Swaps aus, was auch nachfolgende Rechnung verdeutlicht.

$$\left(\frac{-2,75}{(1+4,12\%)^{0,5}} + \frac{-2,75}{1+4,20\%} + \dots + \frac{-2,75}{(1+5,60\%)^5} \right) + \left(\frac{1,61}{(1+4,12\%)^{0,5}} + \frac{2,14}{1+4,20\%} + \dots + \frac{3,34}{(1+5,60\%)^5} \right) =$$

$$-24,00 + 23,74 = -0,26$$

Man erkennt allerdings, dass die Wertveränderung deutlich geringer als bei der Verschiebung der Zins-



strukturkurve ausfällt. Das mag zunächst damit begründet werden, dass die Zinsen bei der Drehung im Durchschnitt weniger stark ansteigen als bei der Parallelverschiebung um 1%. Zwar bewegen sich die kurzfristigen Zinssätze in beiden Szenarien nahezu identisch; die Zinssätze für vier oder viereinhalb Jahre dagegen steigen im Drehszenario nur wenig an, wogegen sie bei der Verschiebung weiterhin stark ansteigen. Allerdings erklärt dies kaum das negative Vorzeichen der Wertänderung.

Betrachtet man nun den spiegelbildlichen Receiver-Swap, so zeigt sich eine analoge Entwicklung. Eine Drehung sollte aufgrund gestiegener erwarteter Auszahlungen zu einem Rückgang des Werts führen. Dieser fällt aber weit weniger stark aus als bei der Parallelverschiebung. Der Wert des Receiver-Swaps beträgt sogar +0,26.

Dreht die Kurve dagegen gegen den Uhrzeigersinn, sinken die erwarteten variablen Zahlungen. Wiederrum ist zu beachten, dass die Laufzeit des Swaps im Mittelpunkt der Drehung endet. Sinkende variable Einzahlungen sollten zu sinkenden Werten beim Payer-Swap führen, was nachfolgende Rechnung aber nicht dokumentiert.

$$\left(\frac{-2,75}{(1+2,32\%)^{0,5}} + \frac{-2,75}{1+2,60\%} + \dots + \frac{-2,75}{(1+5,60\%)^5} \right) + \left(\frac{1,61}{(1+2,32\%)^{0,5}} + \frac{1,44}{1+2,60\%} + \dots + \frac{4,26}{(1+5,60\%)^5} \right) = -24,39 + 24,66 = +0,27$$

Sinkende variable Auszahlungen führen eigentlich spiegelbildlich beim Receiver-Swap zu einem Wertanstieg. Der Receiver hat aber dann einen Wert von -0,27. Wiederrum sind beide Veränderungen weniger stark ausgeprägt als im Szenario der Parallelverschiebung.

Insgesamt scheint hier Ungewöhnliches vorzugehen. Einzig die Höhe der Wertveränderungen erscheint doch relativ gering zu sein. Sie beträgt etwa beim Standard-Payer-Swap weniger als 10% der Wertveränderung, die sich bei einer Parallelverschiebung einstellt. Obwohl die Zinssätze links des Mittelpunkts der Drehung durchschnittlich um 0,5 Prozentpunkte steigen, ist diese Wertänderung relativ gering ausgeprägt. Nämliches gilt dabei durchwegs für alle Swaps in den Szenarien. Dies mag ein Indiz dafür sein, dass neben der Parallelverschiebung ein weiterer Effekt, der Dreheffekt auftritt.

3.3 Forward-Swaps-Drehungen

Um dies näher zu analysieren, werden die vier weiteren Swaps betrachtet. Zunächst wird dabei auf die beiden Swaps fokussiert, deren Laufzeit nach fünf Jahren beginnt und in zehn Jahren endet. Bei einer



Drehung der Kurve im Uhrzeigersinn sinken hier die Zinssätze und damit auch die erwarteten Referenzzinssätze. Dies impliziert, dass der Wert des Payer-Swap davon negativ betroffen ist, da hier niedrigen zu vereinnahmenden (variablen) Einzahlungen gleichbleibende (fixe) zu leistende Auszahlungen gegenüberstehen. Dies führt auch mathematisch zu stark gefallen Werten:

$$\left(\frac{-2,75}{(1+5,60\%)^5} + \frac{-2,75}{(1+5,68\%)^{5,5}} + \dots + \frac{-2,75}{(1+5,81\%)^{10}} \right) + \left(\frac{3,21}{(1+5,60\%)^5} + \frac{3,29}{(1+5,68\%)^{5,5}} + \dots + \frac{2,72}{(1+5,81\%)^{10}} \right) =$$

$$-25,93 + 19,59 = -6,34$$

Das genaue Gegenteil ist beim Receiver-Swap der Fall. Hier fallen die erwarteten Auszahlungen, so dass dessen Wert stark um 6,34 steigt.

Vergleicht man nun die absolute Höhe der Wertänderungen mit denen, die sich bei den Kassaswaps einstellen, stellt man eine deutlich größere Wertänderung fest. Um nun auch einen Vergleich mit der Parallelverschiebung nach unten zu haben, lässt sich auch für beide Forward-Swaps dieses Szenario bestimmen. Hier ermittelt sich für den Payer-Swap ein Wertverfall von nur -3,33, während der Receiver-Swap nur 3,33 gewinnt. Dies bedeutet, dass in diesem Fall der Payer-Swap im Falle der Drehung sogar mehr verliert als in dem Szenario, in dem die Zinsen nur fallen. Dies ist umso überraschender, weil die Zinsen im Szenario der Parallelverschiebung sich allesamt um 1 Prozentpunkt verringern, während sich die Zinsen im Falle der Drehung im Durchschnitt nur 0,5 Prozentpunkten absenken. Dies ist ein weiteres Indiz für den Dreheffekt.

Um diesem Effekt endgültig identifizieren zu können, muss man den Forward-Swap betrachten, dessen Laufzeit symmetrisch um den Mittelpunkt liegt. Bei einer Drehung im Uhrzeigersinn gleichen die Zinssteigerungen auf der linken Seite hier ungefähr den Zinsverfall auf der rechten Seite aus. Folglich müssten sich die Swapwerte nur wenig verändern.

Ausgehend vom Payer-Swap mit einem Laufzeitbeginn bei 2,5 Jahren und einem Laufzeitende bei 7,5 Jahre steigt – bei gleichbleibenden, fixen Zahlungen – der erste Teil der erwarteten Referenzzinssätze an, der zweite Teil geht zurück. Insgesamt errechnet sich ein Wert zu

$$\left(\frac{-2,75}{(1+5,03\%)^3} + \frac{-2,75}{(1+5,20\%)^{3,5}} + \dots + \frac{-2,75}{(1+5,86\%)^{7,5}} \right) + \left(\frac{3,04}{(1+5,03\%)^{0,5}} + \frac{3,10}{(1+5,20\%)^{3,5}} + \dots + \frac{3,03}{(1+5,86\%)^{7,5}} \right) =$$

$$-27,60 + 24,01 = -3,59.$$



Dies ist ein deutlicher Verfall. Er ist stärker ausgeprägt als beim Kassaswap. Auch der Receiver-Swap verhält sich wie erwartet dazu spiegelverkehrt. Sein Wert legt deutlich um 3,59 zu.

Noch deutlicher wird das Ausmaß des Effekts, wenn man die Entwicklung im Vergleich zur Parallelverschiebung betrachtet. Hier führt ein Zinsanstieg zu einem Anstieg des Werts des Payer-Swaps von 3,55. Dies entspricht in absoluter Höhe ungefähr dem Wertverlust, den der Payer durch die Drehung im Uhrzeigersinn erfährt. Anders ausgedrückt: Ein Zinsanstieg bei gleichzeitiger Drehung – wie in diesen Szenarien vorgegeben – im Uhrzeigersinn, impliziert keine Wertänderung des Swaps. Damit entspricht der Dreheffekt in seiner Größe ungefähr dem der Parallelverschiebung. Ein Kreditnehmer, der sich gegen einen Zinsanstieg absichert, aber sich mit einer Drehung konfrontiert sieht, sollte also wohl im Kalkül haben, dass eine Drehung der Kurve die Wirkung des Sicherungszusammenhangs deutlich beeinflusst.

3.4 Robustheit

Ein Dreheffekt ist ebenso vorhanden, wenn die Drehung statt im Uhrzeigersinn gegen den Uhrzeigersinn erfolgt. Allerdings ändert sich mit der Drehrichtung die Richtung des Effekts. Dies wurde bereits bei den Kassaswaps gezeigt. So bewirkt ein Drehen gegen den Uhrzeigersinn bei den Kassaswaps, dass der Wert der Payer-Swaps um +0,27 ansteigt, während der der Receiver-Swaps um - 0,27 sinkt. Auch bei allen vier Forward-Swaps ist ein ähnliches Verhalten zu beobachten. Während die Werte beider Payer-Swaps durch die Drehung begünstigt werden (3,53 für eine Laufzeit zwischen 2,5 und 7,5 Jahren; 5,81 für eine Laufzeit zwischen 2,5 und 7,5 Jahren), verlieren beide Receiver-Swaps deutlich an Wert (-3,53 für eine Laufzeit zwischen 2,5 und 7,5 Jahren; -5,81 für eine Laufzeit zwischen 2,5 und 7,5 Jahren). Somit kann insgesamt bei einer normalen Zinskurve gefolgert werden: Der Wert von Payer-Swaps wird bei einer Drehung im Uhrzeigersinn eher negativ beeinflusst; bei einer Drehung gegen den Uhrzeigersinn ist das Gegenteil der Fall. Genau umgekehrt ist der Fall bei Receiver-Swaps gelagert. Diese gewinnen eher bei einer Drehung im Uhrzeigersinn und verlieren eher bei einer Drehung gegen den Uhrzeigersinn an Wert.

Bislang wurden sämtliche Beobachtungen anhand einer normalen Zinsstrukturkurve gemacht. Nahe-
liegenderweise stellt sich die Frage, ob diese Effekte von der Form der Zinsstrukturkurve abhängen. Deswegen wurden beide Drehungen für alle sechs Swaps nochmals bei Vorliegen einer inversen Zinsstrukturkurve wiederholt. Ferner wurde wiederum zum Vergleich eine Parallelverschiebung der Kurve um einen Prozentpunkt nach oben und unten vorgenommen.



Form der Zinsstrukturkurve	Laufzeit Veränderung	0-5 Jahre	2,5-7,5 Jahre	5-10 Jahre
		Kassaswap	Forward-Swap	Forward-Swap
normal	Parallelsch. +1%	3,72	3,54	2,89
	Parallelsch. -1%	-3,93	-3,90	-3,33
	Drehung UZS	-0,26	-3,59	-6,34
	Drehung geg. UZS	0,27	3,53	5,81
invers	Parallelsch. 1%	3,47	3,17	2,58
	Parallelsch. -1%	-3,66	-3,48	-2,97
	Drehung UZS	-0,16	-3,12	-5,59
	Drehung geg	0,16	3,07	5,13

Tabelle 4: Überblick über alle Wertänderungen der Payer-Swaps in den Szenarien Drehung und Parallelverschiebung mit Ausgangslage Zinsstrukturkurve März 1996 und August 1992

Das Resultat ist eindeutig. Wiederum wirken sich Drehungen im Uhrzeigersinn eher negativ auf die Wertentwicklung von Payer-Swaps und positiv auf die von Receiver-Swaps aus. Das Gegenteil ist bei Drehungen gegen den Uhrzeigersinn der Fall. Damit scheint das Resultat unabhängig von der Form der Kurve, was sich auch entsprechend finanzmathematisch zeigen lässt.

Für den versierteren Leser seien hier noch einige Bemerkungen zum Zustandekommen des Effekts gemacht. Er liegt nicht in der (Kassa-)Zinsstrukturkurve, sondern in der Kurve der Terminzinssätze begründet.^x Diese lässt sich ganz analog zur obigen Zinsstrukturkurve hier am Beispiel der normalen Zinskurve aufbauen. Eine Drehung der Zinsstrukturkurve mit dem Uhrzeigersinn führt zu einer starken Abflachung der Kurve. Letzteres hat jedoch zur Folge, dass die Kurve der Terminzinssätze, welche sich wie die Steigung der Zinsstrukturkurve interpretieren lassen, eher zurückgeht als ansteigt. Damit liegen bei einer Drehung im Uhrzeigersinn die neuen Terminzinssätze deutlich unter den Ausgangssätzen. Der Mittelpunkt der Drehung liegt bei deutlich kürzeren Laufzeiten. Die niedrigeren Terminzinssätze (rechts des neuen Mittelpunkts) gehen aber als künftige Referenzzinssätze in die Berechnung des Barwerts der variablen Sätze mit ein, wobei fast alle Swaps Laufzeiten rechts des Mittelpunkts der Drehung aufweisen.

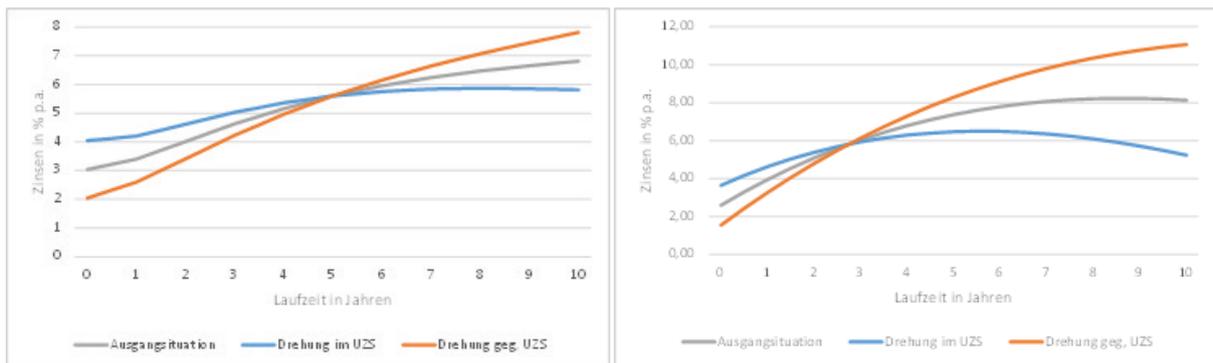


Abbildung 8: Szenarien Zinsstrukturkurve, Kassa- (links) und Terminezinssätze (rechts): Ausgangssituation im März 1996 (grau), Drehung im Uhrzeigersinn (blau), Drehung gegen den Uhrzeigersinn (rot)

Somit fallen diese zu erwarteten Einzahlungen, und der Wert des Payer-Swaps sinkt tendenziell.

4. Zusammenfassung

In diesem Beitrag wurde anhand schematischer Darstellungen gezeigt, dass Dreheffekte das Ergebnis von Zinssicherungsstrategien stark beeinflussen können. Dreheffekte wurden dabei anhand einfacher Szenarien eingeführt, wobei die Zinskurve der Kassazinssätze sich punktsymmetrisch um einen Mittelpunkt mit dem und gegen den Uhrzeigersinn drehen.

Hierbei zeigte sich, dass Payer-Swaps tendenziell bei einer Drehung im Uhrzeigersinn im Wert fallen; bei einer Drehung gegen den Uhrzeigersinn tritt der gegenteilige Effekt auf. Receiver-Swaps verhalten sich naturgemäß genau gegenteilig.

	Kassaswap		Forward-Swap (mittelfristig)	
	Payer-Swap	Receiver-Swap	Payer-Swap	Receiver-Swap
Parallelverschiebung nach oben	++	--	++	--
Parallelverschiebung nach unten	--	++	--	++
Drehung im Uhrzeigersinn	-	+	--	++
Drehung gegen den Uhrzeigersinn	+	-	++	--

Tabelle 5: Grundsätzliche Dreheffekte im Überblick (++ starke Werterhöhung, + leichte Werterhöhung, -- starke Wertverminderung, - leichte Wertverminderung); im Einzelfall kann es davon Abweichungen geben



Bundesverband öffentlicher Zinssteuerung e.V.

Wie Tabelle 5 zeigt, ist die Stärke dieses Effekts von der Laufzeit der Swaps abhängig. Bei kurzlaufenden Swaps ist der Effekt weitaus weniger stark ausgeprägt als bei langlaufenden Swaps. Insgesamt sind die Effekte auch von der Größenordnung durchaus beachtlich, sodass Dreheffekte neben Parallelverschiebungen Szenarien darstellen, denen durchaus Beachtung geschenkt werden sollte.

Ausgewählte Literatur:

Hartmann-Wendels/Pfingsten/Weber (2007): Bankbetriebslehre, 4. Aufl., Springer: Berlin et al.

Perridon/Steiner/Rathgeber (2012): Finanzwirtschaft der Unternehmung, 16. Aufl., Vahlen: München.

Steiner/Bruns/Stöckl (2012): Wertpapiermanagement, 10. Aufl., Schäffer-Poeschel: Stuttgart.

Wilhelm (2001): Zinsstruktur, in: Handwörterbuch des Bank- und Finanzwesens, hrsg. v. Gehrke/Steiner, 3. Aufl., Schäffer-Poeschel: Stuttgart, Sp. 2357-2366.

ⁱ Vgl. hierzu etwa Steiner/Bruns/Stöckl (2012), S. 145 ff.

ⁱⁱ Hier muss allerdings bemerkt werden, dass seit der Finanzkrise Swapsätze und Zinssätze von Bundesanleihen, so die durch die Deutsche Bundesbank publizierten Sätze, um einen Aufschlag unterscheiden. Da dies aber den grundsätzlichen Effekt nicht stört, wird auf die Zinskurve der Bundesbank zurückgegriffen.

ⁱⁱⁱ Vgl. etwa Wilhelm (2001), Sp. 2361.

^{iv} Siehe dazu Beitrag „Ablaufeffekte bei Zinsswaps“ des Bundesverbands öffentlicher Zinssteuerung.

^v Vgl. etwa Steiner/Bruns/Stöckl (2012), S. 375 ff..

^{vi} Zu Swaps allgemein siehe Perridon/Steiner/Rathgeber (2012), 337 ff..

^{vii} Vgl. zur Ermittlung von Swapsätzen auch Perridon/Steiner/Rathgeber (2012), S. 339 ff.

^{viii} Vgl. hier und im Folgenden zu Termingeschäften auch Hartmann-Wendels/Pfingsten/Weber (2007), S. 260 ff.

^{ix} Vgl. Steiner/Bruns/Stöckl (2012), S. 567.

^x Genau genommen würde eine Betrachtung der Drehung in den Terminzinssatzkurve zu Ergebnissen führen, die eher der Intuition genügen. Denn wie gesehen führt die Drehung der Swapsatzkurve zu einer Drehung der Terminzinskurve deren Mittelpunkt weiter links liegt.