



Verschiebungen der Zinskurve und der Einfluss auf die Swap-Bewertung

1. Problemstellung

Kreditnehmer sehen sich oftmals Verträgen mit Banken gegenüber, bei denen nur für einen Teil der Laufzeit die Zinssätze fix vereinbart sind. Nach dieser sogenannten Zinsbindungsfrist¹ richtet sich der Zins, den der Kreditnehmer zu zahlen hat, nach dem dann vorherrschenden Marktzins. Treten in Zukunft steigende Marktzinsen auf, muss der Kreditnehmer diese nun höheren Zinsen zahlen, was unter Finanzmathematikern auch als schlagend gewordenenes Zinsrisiko bezeichnet wird. Dass dieses Risiko durchaus besteht, zeigt ein Blick auf verschiedene, exemplarische Zinssituationen in den vergangenen 25 Jahren in der Bundesrepublik Deutschland. Nachfolgende Graphik stellt dabei die verschiedenen Zinssätze für unterschiedliche Laufzeiten dar.

Wie sich unschwer erkennen lässt, schwanken diese Zinssätze relativ stark. So waren im August 1992 kurzfristige Zinssätze für Laufzeiten von unter einem Jahr von über 9% an der Tagesordnung, während im März 1996 die kurzfristigen Zinssätze bei ca. 3% lagen. Aber auch Zinssätze für langlaufende Kredite schwankten um ca. vier Prozentpunkte. Dies dokumentiert, dass Zinsrisiken durchaus schlagend werden und aufgrund der Höhe der Zinsausschläge die Zinsaufwendungen des Kreditnehmers stark ansteigen lassen können.

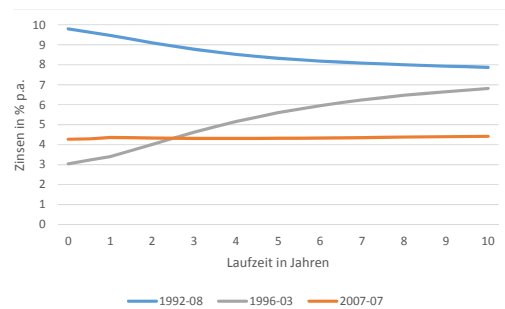


Abbildung 1: Normale (rote), inverse (blaue) und flache (graue) Zinsstrukturkurve nach Deutsche Bundesbank

Wenn der Kreditnehmer nun das Zinsrisiko scheut, hat er verschiedene Alternativen, sich gegen steigende Zinsen abzusichern. Die beliebteste Möglichkeit, was allein schon die Marktvolumina dokumentieren,² ist dabei, einen Zinsswap zu vereinbaren, mit dessen Hilfe der Kreditnehmer eine Ausgleichzahlung für die gestiegenen Zinsen erhält und somit die Zinsrisiken an den Swappartner weitergibt.

Dabei stellt sich nun die Frage, wie dieser Zusammenhang genau funktioniert. Wie reagiert welcher Swaptyp auf gestiegene oder gefallene Zinsen? Wie setzt sich diese Wertänderung aus finanzmathematischer Sicht zusammen? Zu guter Letzt ist die Frage noch offen, wie sich der Kreditnehmer dieses Verhalten zu Nutze machen kann, um sich gegen steigende Zinsen abzusichern.

¹Vgl. Hartman-Wendels/Pfingsten/Weber (2007), S. 166 ff.

²Vgl. Deutsche Bundesbank (2003), S. 31 ff.



2. Bausteine

2.1 Baustein Nr. 1: Zinskurve

Da Swapverträge ganz analog zu Krediten über mehrere Jahre abgeschlossen werden und damit ihre Laufzeit bis zu 50 Jahre betragen kann, ist zu deren Bewertung nicht nur ein einzelner Zinssatz, sondern eine ganze Zinsstrukturkurve von Nöten.³ Letztere gibt die Zinssätze in Abhängigkeit von der Laufzeit wieder. In der Vergangenheit waren in der Bundesrepublik meist steigende, sogenannte normale, und fallende, sogenannte inverse, Zinskurven oder Kombinationen der beiden zu beobachten. Für die nachfolgenden Analysen werden zwei idealtypische Zinskurven betrachtet, die in der folgenden Graphik dargestellt sind.

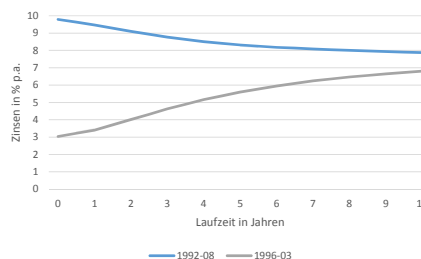


Abbildung 2: Idealtypische Zinsstrukturkurven nach Deutsche Bundesbank

Ihre genauen Werte lassen sich der nachfolgenden Tabelle entnehmen.

Laufzeit:		0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Kassazins	1992-08	9,63	9,47	9,29	9,10	8,94	8,77	8,64	8,51	8,42	8,32
	1996-03	3,22	3,40	3,71	4,01	4,32	4,63	4,90	5,16	5,38	5,60
Terminzins	1992-08	9,63	9,31	8,92	8,55	8,28	7,95	7,86	7,60	7,66	7,47
	1996-03	3,22	3,58	4,32	4,93	5,57	6,19	6,50	7,03	7,16	7,60
		5,5	6	6,5	7	7,5	8	8,5	9	9,5	10
		8,25	8,18	8,13	8,08	8,04	8,00	7,97	7,93	7,90	7,87
		5,78	5,95	6,10	6,24	6,36	6,47	6,56	6,65	6,73	6,81
		7,55	7,41	7,53	7,43	7,48	7,40	7,41	7,34	7,36	7,30
		7,54	7,89	7,85	8,14	7,98	8,21	8,01	8,19	8,18	8,34

Tabelle 1: Daten zu den Zinskurven im August 1992 und März 1996 (Kassa- und Terminzinssätze) nach Deutsche

³Vgl. Wilhelm (2001), Sp. 2357 ff.

⁴Hier muss allerdings bemerkt werden, dass sich seit der Finanzkrise Swapsätze und Zinssätze von Bundesanleihen, die durch die Deutsche Bundesbank publiziert werden, um einen Aufschlag unterscheiden. Da dies jedoch keine Auswirkungen auf den grundsätzlichen Effekt hat, wird weiterhin auf die Zinskurve der Bundesbank zurückgegriffen.



Im August 1992 war die Zinskurve invers, im März 1996 normal. Beide Kurven werden dabei im Folgenden helfen, die finanzmathematischen Zusammenhänge zu dokumentieren, die sich bei schlagend werdenden Zinsrisiken einstellen bzw. deren Auswirkungen auf das Sicherungsinstrument nachweisen lassen.

2.2 Baustein Nr. 2: Verschiebungen der Zinskurve

Grundsätzlich existieren verschiedene Möglichkeiten der Bewegung von Zinskurven. So können sich Zinskurven drehen (siehe Fachinformation „Drehungen der Zinskurve und der Einfluss auf die Swapbewertung“). Im Folgenden soll jedoch die Verschiebung der Zinskurve als die wichtigste Bewegung von Zinskurven betrachtet werden. Aus Drehungen und Verschiebungen der Zinskurven lassen sich dann alle möglichen Szenarien aufbauen.

Sieht man Drehungen und Verschiebungen abschnittsweise (das heißt für gewisse Laufzeitabschnitte), kann man alle möglichen Zinsänderungen erfassen.

Verschiebungen von Zinskurven lassen sich damit einfach darstellen. Jeder laufzeitspezifische Zinssatz wird um den gleichen Betrag nach oben oder unten verschoben. Da die Kurven vor und nach der Bewegung parallel zueinander liegen, spricht man anstelle von Verschiebungen auch von Parallelverschiebungen.⁵

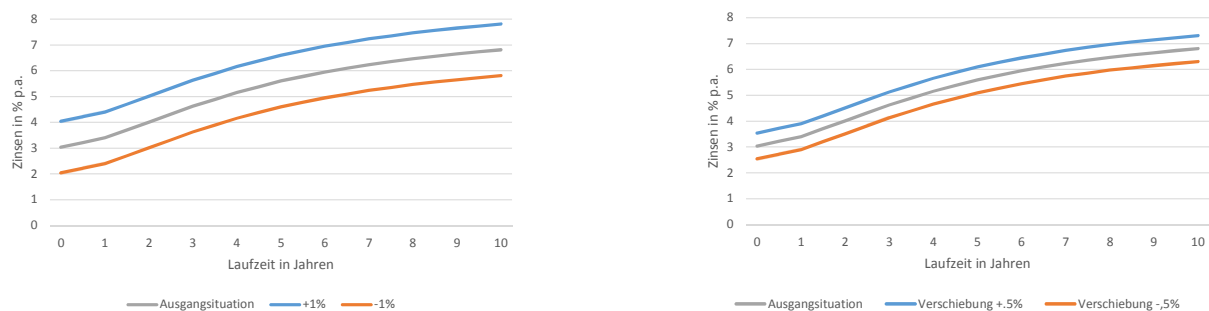


Abbildung 3: Standardszenarien für die Zinsstrukturkurve vom März 1996 (links: Parallelverschiebung, Veränderung aller Zinssätze um +1 Prozentpunkt; rechts: Parallelverschiebung, Veränderung aller Zinssätze um +0,5 Prozentpunkte)

⁵Vgl. Steiner/Bruns/Stöckl (2012), S. 177.



Im Folgenden werden vier verschiedene Zinsverschiebungen der beiden Kurven (normal und invers) vorgenommen:

1. Zinsverschiebung um +1%,
2. Zinsverschiebung um -1%,
3. Zinsverschiebung um +0,5%,
4. Zinsverschiebung um -0,5%.

Neben dem Basisszenario 1, einer Zinssteigerung um 1%, wird das Szenario 2, also ein Zinsrückgang in gleicher Höhe, betrachtet, um die Unterschiede zwischen steigenden und fallenden Zinsen herauszuarbeiten. Ferner wird, um den Einfluss der Stärke der Zinsänderung zu analysieren, eine Verschiebung um lediglich 0,5% vorgenommen.

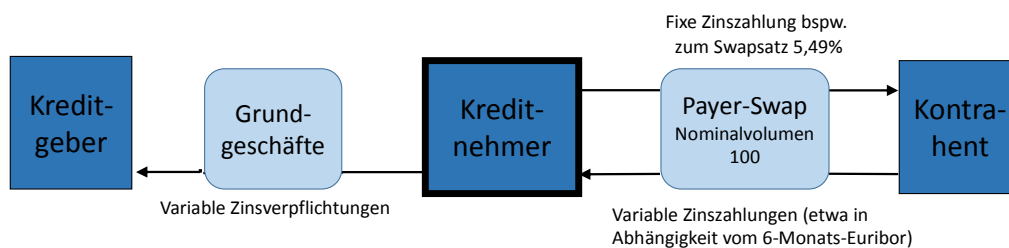
Zudem ist anzumerken, dass alle Zinsveränderungen ad hoc-Szenarien darstellen.⁶ Dies bedeutet, dass die Zinsänderungen sofort und genau in der angegebenen Höhe eintreten. Dies klingt zwar im ersten Moment unrealistisch, ist aber in dieser Betrachtung unabdingbar, um Ablaufeffekte von Zinsveränderungen zu unterscheiden (zur Betrachtung der Ablaufeffekte siehe Fachinformation „Ablaufeffekte bei Zinsswaps“). Beides zugleich zu betrachten, würde die herauszuarbeitenden Effekte zu stark verwischen und überzeichnen. Allerdings kann man in einem zweiten Schritt die Effekte dann kombinieren und als Ganzes betrachten, was aber einer weiteren Analyse vorbehalten bleiben soll.

⁶Vgl. Steiner/Bruns/Stöckl (2012), S. 168.



2.3 Baustein Nr. 3: Swaps

Als letzten Baustein der Analyse benötigt man naturgemäß noch den Swapvertrag, den der Kreditnehmer abschließt, um sein Zinsrisiko abzusichern. Unter den Swaptypen stehen hier verschiedene Varianten zur Verfügung.⁷ Die beiden Basisfälle sind der Payer- und der Receiver-Swap. Beim Payer-Swap erhält der Kreditnehmer die variablen Zinszahlungen und muss an den Swappartner die fixen Zinszahlungen leisten. Die variable Zinszahlung ist dabei an einen Referenzzinssatz (etwa den 6-Monats-Euribor) gekoppelt. Steigen nun die Zinssätze an, so erhält der Kreditnehmer bei gleich bleibenden fixen Zinszahlungen höhere variable Zinszahlungen. Im unten dargestellten Beispiel (siehe Abbildung 4) sind die Zahlungen und Verpflichtungen dargestellt. Der fixe Zinssatz wurde danach zu 5,49% für ein Nominalvolumen von 100 bei halbjährlicher Zinszahlung vereinbart. Als Laufzeit wurden fünf Jahre



festgelegt. *Abbildung 4: Payer-Swap mit einer Laufzeit von 0 bis 5 Jahren*

Der fixe Zinssatz wird ermittelt, indem der Wert der fixen und variablen Zahlungen im Abschlusszeitpunkt bestimmt wird. Wenn beide, der Wert der variablen und der Wert der fixen Zahlungen den glei-

⁷ Zu Swaps allgemein siehe Perridon/Steiner/Rathgeber (2012), 337 ff.



Bundesbank⁴

Der fixe Zinssatz wird ermittelt, indem der Wert der fixen und variablen Zahlungen im Abschlusszeitpunkt bestimmt wird. Wenn beide, der Wert der variablen und der Wert der fixen Zahlungen den glei-

$$-5,49\% \times \frac{1}{2} \times 100 = -2,75$$

chen Wert aufweisen, ist der Swap fair bewertet, da sowohl der Kreditnehmer als auch der Swappartner den gleichen Barwert an Zinszahlungen zu leisten haben.

Um den Barwert der Zinszahlungen an den Swappartner zu berechnen, werden zunächst die Auszahlungen an den Swappartner bestimmt. Diese ergeben sich als Produkt aus den drei Faktoren Nominalbetrag, Zinssatz und Zinszahlungsfrequenz. Da hier annahmegemäß eine halbjährliche Zinszahlungsfrequenz (6 Monate) vorliegt, errechnet sich die Höhe einer fixen Zinszahlung zu:

$$\frac{-2,75}{(1 + 3,22\%)^{0,5}} + \frac{-2,75}{1 + 3,40\%} + \frac{-2,75}{(1 + 3,71\%)^{1,5}} + \frac{-2,75}{(1 + 4,01\%)^2} + \dots + \frac{-2,75}{(1 + 5,60\%)^5} = -24,19$$

Durch Diskontieren sämtlicher zehn Zinszahlungen (fünf Jahre mit je zwei Halbjahren) kann man den Barwert bestimmen:⁸

Anzumerken ist hierbei, dass die Zahlungen stets mit ihren laufzeitspezifischen Zinssätzen diskontiert werden. Für die erste Zahlung wird dazu der halbjährliche Zinssatz gemäß Tabelle 1 (normale Zinskurve) benutzt, für die zweite Zahlung der zweite Zinssatz, etc.

Für den zweiten Barwert benötigt man neben dem bekannten aktuellen Referenzzinssatz dagegen die Referenzzinssätze zu den zukünftigen Zeitpunkten. Für diese künftigen Referenzzinssätze kann man die Terminzinssätze als Schätzer (Schätzer wird hier als statistischer Fachterminus für einen prognostizierten Zinssatz benutzt) verwenden. Terminzinssätze geben dabei allgemein die Zinsen an, die für einen Kredit veranschlagt werden, dessen Laufzeit erst in der Zukunft beginnt.⁹ Exemplarisch sei hier etwa ein Kredit genannt, dessen Kreditsumme bspw. erst in einem Jahr für die Dauer eines halben Jahres benötigt wird. Der Zinssatz, also der Terminzinssatz für solch einen halbjährlichen, zukünftigen Kredit, beträgt aufgrund der gegebenen Zinskurve (siehe Tabelle 1) dann 4,32%.

⁸ Vgl. zur Ermittlung von Swapsätzen auch Perridon/Steiner/Rathgeber (2012), S. 339 ff.

⁹ Vgl. hier und im Folgenden zu Termingeschäften auch Hartmann-Wendels/Pfingsten/Weber (2007), S. 260 ff.



chen Wert aufweisen, ist der Swap fair bewertet, da sowohl der Kreditnehmer als auch der Swappartner den gleichen Barwert an Zinszahlungen zu leisten haben.

$$+4,32\% \times \frac{1}{2} \times 100 = +2,16$$

$$+3,22\% \times \frac{1}{2} \times 100 = +1,61$$

$$\frac{1,61}{(1 + 3,22\%)^{0,5}} + \frac{1,79}{1 + 3,40\%} + \frac{2,16}{(1 + 3,71\%)^{1,5}} + \frac{2,47}{(1 + 4,01\%)^2} + \dots + \frac{3,80}{(1 + 5,60\%)^5} = 24,19$$

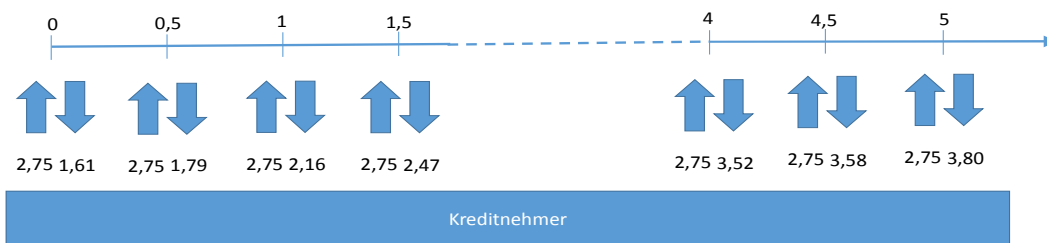


Abbildung 5: Zahlungen beim Payer-Swap mit einer Laufzeit von 0 bis 5 Jahren (Aufwärtspfeil: fixe Zahlung; Abwärtspfeil: variable Zahlung)



Um den Barwert der Zinszahlungen an den Swappartner zu berechnen, werden zunächst die Auszahlungen an den Swappartner bestimmt. Diese ergeben sich als Produkt aus den drei Faktoren Nominalbetrag, Zinssatz und Zinszahlungsfrequenz. Da hier annahmegemäß eine halbjährliche Zinszahlungsfrequenz (6 Monate) vorliegt, errechnet sich die Höhe einer fixen Zinszahlung zu:

Für den ersten Zeitpunkt ist auch die variable Zinszahlung schon bekannt, da der Referenzzinssatz bereits festgelegt wurde. Er entspricht dem kurzfristigen Zinssatz von 3,22%, sodass sich die Einzahlungen im ersten Zeitpunkt zu errechnen.

Für den Barwert aller variablen Zinszahlungen ergeben sich dann durch Diskontieren die folgenden Werte (vgl. Tabelle 2 Zeile 4 Terminzinssätze, die hier als halbe Sätze Eingang finden):

Beide Barwerte, also sowohl der der fixen als auch der der variablen Zahlungen, sind damit identisch. Somit ist der Swap fair bewertet.

Für die spätere Analyse der Wertentwicklungen ist es unabdingbar, die einzelnen Zahlungsströme bzw. die Zahlungsüberschüsse (Einzahlungen-Auszahlungen) zu den einzelnen Punkten näher zu betrachten (siehe Abbildung 5).



Hier stellt man sofort fest, dass der Kreditnehmer in den ersten Zeitpunkten mehr Zahlungen an den Swappartner leistet als er von diesem erhält. Der Zahlungsüberschuss ist zu den ersten Zeitpunkten

$$\frac{2,75}{(1 + 3,22\%)^{0,5}} + \frac{2,75}{1 + 3,40\%} + \dots + \frac{2,75}{(1 + 5,60\%)^5} = 24,19$$

$$\frac{-1,61}{(1 + 3,02\%)^{0,5}} + \frac{-1,79}{1 + 3,02\%} + \dots + \frac{-3,80}{(1 + 3,02\%)^5} = -24,19$$

negativ. Ausgeglichen wird dieser negative Zahlungsüberschuss zu den späteren Zeitpunkten. Hier erhält der Kreditnehmer höhere Zahlungen vom Swappartner, so dass der Zahlungsüberschuss insgesamt positiv wird. Nach Diskontieren gleichen sich dann beide Effekte aus, sodass der Swap fair bewertet ist. Wichtig ist festzuhalten, dass beim Payer-Swap und bei Vorliegen einer normalen Zinskurve der Zahlungsüberschuss zunächst negativ ist.

Zu Vergleichszwecken werden nun noch weitere Swaps in weiteren Szenarien eingeführt. Dazu wird auf das oben erwähnte Zinsszenario einer inversen Zinskurve (siehe Tabelle 1) zurückgegriffen. Zudem wird neben dem Payer-Swap ein Receiver-Swap betrachtet und sowohl der Laufzeitbeginn als auch die Laufzeit des Swaps variiert (siehe auch Tabelle 2).

$$\frac{-3,66}{(1 + 4,63\%)^3} + \frac{-3,66}{(1 + 4,90\%)^{3,5}} + \dots + \frac{-3,66}{(1 + 6,36\%)^{7,5}} = -27,46$$

$$\frac{3,10}{(1 + 4,63\%)^3} + \frac{3,25}{(1 + 4,90\%)^{3,5}} + \dots + \frac{3,99}{(1 + 6,36\%)^{7,5}} = 27,46$$

Zinskurve	Payer/Receiver	Laufzeitbeginn	Laufzeit
Normal	Payer	Heute	2,5 Jahre
Invers	Receiver	In 2,5 Jahren In 5 Jahren	5 Jahre

Tabelle 2: Varianten der betrachteten Swaps

Vom Payer-Swap unterscheidet sich der Receiver-Swap durch die Umkehrung der Zahlungsströme. Während beim Payer-Swap der Kreditnehmer die fixen Zahlungen bezahlt und variable Zahlungen

¹⁰Vgl. Steiner/Bruns/Stöckl (2012), S. 567.



erhält, leistet er beim Receiver-Swap die variablen Zahlungen und bekommt die fixen Zahlungen gutgeschrieben. Lässt man alle Vertragsdetails zu obigem Payer-Swap gleich, sind auch die Zinszahlungen bis auf das geänderte Vorzeichen identisch.

$$\frac{-2,15}{(1 + 3,22\%)^{0,5}} + \frac{-2,15}{1 + 3,40\%} + \dots + \frac{-2,15}{(1 + 4,32\%)^{2,5}} = -10,14$$
$$\frac{1,61}{(1 + 3,22\%)^{0,5}} + \frac{1,79}{1 + 3,40\%} + \dots + \frac{2,51}{(1 + 4,32\%)^{2,5}} = 10,14$$

$$\frac{-4,20}{(1 + 9,63\%)^{0,5}} + \frac{-4,20}{1 + 9,47\%} + \dots + \frac{-4,20}{(1 + 8,32\%)^5} = -33,62$$
$$\frac{4,82}{(1 + 9,63\%)^{0,5}} + \frac{4,66}{1 + 9,47\%} + \dots + \frac{3,73}{(1 + 8,32\%)^5} = 33,62$$



Logischerweise unterscheidet sich der Swapsatz dann auch nicht von dem des Payer-Swaps, was folgende Rechnung sehr schnell zeigt:

Anzumerken ist zudem, dass beim Receiver-Swap der Zahlungsüberschuss für die ersten Zahlungszeitpunkte positiv ist, um dann für die späteren Zahlungszeitpunkte negativ zu werden.

Da – wie im Eingangsbeispiel bei den Grundgeschäften des Kreditnehmers – bis zu einem gewissen Zeitpunkt ein Zinssatz fix vereinbart wurde und erst nach diesem Zeitpunkt das Zinsrisiko schlagend werden kann, kann es sich für den Kreditnehmer als sinnvoll erweisen, dieses Risiko durch Swaps abzusichern, deren Startzeitpunkt in der Zukunft liegt. Diese Swaps werden im Unterschied zu den Kassa-Swaps, deren Startdatum heute ist, als Forward-Swaps bezeichnet.¹⁰ Im vorliegenden Fall wird das Beispiel um Swapvarianten ergänzt, deren Startzeitpunkt in 2,5 Jahren und in 5 Jahren liegt. Für den Forward-Swap mit Startdatum in 2,5 Jahren errechnet sich ein Swapsatz von 7,33%. Wiederum gleicht der Barwert der fixen Zahlungen dem der variablen Zahlungen:

Für den zweiten Swap bestimmt sich der Swapsatz zu 8,01%. Bei der Betrachtung aller drei Swapsätze fällt auf, dass die Swapsätze mit zunehmendem Startdatum ansteigen. Dies lässt sich leicht damit begründen, dass die Terminzinssätze im Falle der normalen Zinsstruktur mit wachsender Laufzeit ansteigen.



Neben der Verschiebung des Startzeitpunktes wird auch eine Analyse der Situation betrachtet, in der ein Payer-Swap mit nur halb so langer Laufzeit vorliegt. Interessant ist hierbei zu sehen, inwieweit dieser Payer-Swap weniger stark auf Zinsänderungen reagiert. Ein Payer-Swap mit einer Beispiellaufzeit von 2,5 Jahren hat bei ansonsten gleichen Konditionen einen Swapsatz von 4,30%. Dieser, gegenüber dem Ausgangsswap mit einem Satz von 5,49%, verminderte Wert kommt dadurch zu Stande, dass bei

$$\left(\frac{-2,75}{(1 + 4,22\%)^{0,5}} + \frac{-2,75}{1 + 4,40\%} + \dots + \frac{-2,75}{(1 + 6,60\%)^5} \right) + \left(\frac{1,61}{(1 + 4,22\%)^{0,5}} + \frac{2,29}{1 + 4,40\%} + \dots + \frac{4,30}{(1 + 6,60\%)^5} \right) = -23,60 + 27,32 = 3,72$$

der Swapsatzberechnung nun die niedrigeren Zinssätze für kürzere Laufzeiten (normale Zinsstruktur) angesetzt werden müssen.

Die maximale variable Einzahlung beträgt damit hier nur 2,51 gegenüber 3,80 im Falle einer Laufzeit von fünf Jahren.

Um die Wirkung der Zinskurve auf die Swaps zu analysieren, wird nun auch ein Kassa-Swap in der Situation einer inversen Zinskurve (siehe Tabelle 1) betrachtet. Wählt man wieder die Vertragsbedingungen identisch zu denen bei einer normalen Zinskurve, errechnet sich ein Swapsatz in Höhe von 8,40%, wobei sich der deutlich höhere Swapsatz direkt durch die höheren Terminzinssätze in diesem Szenario erklären lässt. Dies sieht man wieder direkt, wenn man den Barwert der fixen und variablen Zinszahlungen betrachtet:

Beide Barwerte, also sowohl der der fixen Zinsauszahlungen des Payer-Swaps als auch der der variablen Einzahlungen, sind vom Betrag her identisch und gleichen sich aus. Viel wichtiger ist jedoch die Betrachtung der Zahlungsüberschüsse. Während bei Payer-Swaps im Falle einer normalen Zinskurve die Zinsüberschüsse an den ersten Zahlungszeitpunkten negativ und an den letzten Zahlungszeitpunkten positiv waren, ist dies im Falle der inversen Zinskurve genau umgekehrt: Die Zahlungsüberschüsse sind hier in den ersten Zahlungszeitpunkten positiv und werden dann negativ. Dies ist ein Erkenntnis, die bei der genaueren Analyse der Wirkungen von Zinsverschiebungen noch von Bedeutung sein wird

3. Szenarien



3.1 Kassa-Swap-Verschiebungsszenario bei normaler Zinskurve

Nachdem nun alle Szenarien und Swap-Daten eingeführt wurden, kann die Wirkweise einer Zinsverschiebung auf den Wert der Swaps analysiert werden. Um die grundsätzliche Vorgehensweise zu zeigen, wird wiederum auf dem ersten Beispiel, dem Kassa-Receiver-Swap mit einer Laufzeit von fünf Jahren bei einem normalen Zinsniveau, der zu 5,49% abgeschlossen wurde, aufgesetzt. Eine Verschiebung der Zinskurve um +1% oder -1% führt dabei zu folgenden Kassa- und Terminzinssätzen in Tabelle 3.

Laufzeit:		0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Kassazins	+1%	4,22	4,4	4,71	5,01	5,32	5,63	5,90	6,16	6,38	6,60
	-1%	2,22	2,4	2,71	3,01	3,32	3,63	3,90	4,16	4,38	4,60
	+0,5%	3,72	3,90	4,21	4,51	4,82	5,13	5,40	5,66	5,88	6,10
	-0,5%	2,72	2,90	3,21	3,51	3,82	4,13	4,40	4,66	4,88	5,10
Terminzins	+1%	4,22	4,58	5,32	5,93	6,57	7,19	7,50	8,03	8,16	8,60
	-1%	2,22	2,58	3,32	3,93	4,57	5,19	5,50	6,03	6,16	6,60
	+0,5%	3,72	4,08	4,82	5,43	6,07	6,69	7,00	7,53	7,66	8,10
	-0,5%	2,72	3,08	3,82	4,43	5,07	5,69	6,00	6,53	6,66	7,10

$$\frac{0,5 \times 3,58\%}{1 + 3,40\%} - \frac{0,5 \times 3,58\%}{1 + 3,40\%} = 0$$

5,5	6	6,5	7	7,5	8	8,5	9	9,5	10
6,78	6,95	7,10	7,24	7,36	7,47	7,56	7,65	7,73	7,81

$$\left(\frac{0,5 \times 4,58\%}{1 + 4,40\%} - \frac{0,5 \times 3,58\%}{1 + 4,40\%} \right) - \left(\frac{0,5 \times 3,58\%}{1 + 3,40\%} - \frac{0,5 \times 3,58\%}{1 + 3,40\%} \right) = \left(\frac{0,5 \times 4,58\%}{1 + 4,40\%} - \frac{0,5 \times 3,58\%}{1 + 4,40\%} \right) = 0,478$$

4,78	4,95	5,10	5,24	5,36	5,47	5,56	5,65	5,73	5,81
------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

¹¹Vgl. Flavell (2012), S. 205.



6,28	6,45	6,60	6,74	6,86	6,97	7,06	7,15	7,23	7,31
5,28	5,45	5,60	5,74	5,86	5,97	6,06	6,15	6,23	6,31
8,54	8,89	8,85	9,14	8,98	9,21	9,01	9,19	9,18	9,34
6,54	6,89	6,85	7,14	6,98	7,21	7,01	7,19	7,18	7,34
8,04	8,39	8,35	8,64	8,48	8,71	8,51	8,69	8,68	8,84

$$\frac{0,5 \times 8,60\%}{1 + 5,60\%} - \frac{0,5 \times 7,60\%}{1 + 5,60\%} = 0,36$$

7,04	7,39	7,35	7,64	7,48	7,71	7,51	7,69	7,68	7,84
------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

Tabelle 3: Daten der Szenarien, Zinserhöhung und Absenkung um +/-1% bzw. +/-0,5% der Zinsstrukturkurve März 1996 (Kassa- und Terminzinssätze)

Bewertet man in dieser neuen Zinssituation den Swap, so erhält man bei gleichbleibenden fixen Auszahlungen nun höhere variable Einzahlungen. Dies liegt an den gestiegenen Terminzinssätzen. Die Laufzeit des Swaps bleibt dabei unverändert, da sich die Zinskurve wie angenommen ad hoc verschiebt. Insgesamt gesehen, stehen nun gleichbleibenden fixen Auszahlungen höhere Einzahlungen gegenüber, was sich auch in einem höheren Barwert ausdrückt:

Damit ist klar, dass der Kreditnehmer, der sich gegen gestiegene Zinsforderungen aus seinem Grundgeschäft absichern will, sein schlagend gewordenes Risiko durch einen höheren Barwert des Payer-Swaps kompensieren kann. Interessant ist dabei, dass die Wertänderung deutlich geringer ausfällt, als es die Zinssteigerung von 1% über fünf Jahre auf den ersten Blick erwarten ließe. Wie dieser Effekt zustande



kommt, soll im Folgenden genauer dargestellt werden.

$$\left(\frac{+2,75}{(1 + 4,22\%)^{0,5}} + \frac{+2,75}{1 + 4,40\%} + \dots + \frac{+2,75}{(1 + 6,60\%)^5} \right) + \left(\frac{-1,61}{(1 + 4,22\%)^{0,5}} + \frac{-2,29}{1 + 4,40\%} + \dots + \frac{-4,30}{(1 + 6,60\%)^5} \right)$$
$$= 23,60 - 27,32 = -3,72$$



3.2 Wertänderungen von Swaplets

Um die grundsätzliche Wirkweise näher zu erläutern, wird zunächst auf sehr einfache Swaps zurückgegriffen, bevor später auf komplexere, damit aber auch praxisnähere Beispiele eingegangen werden kann. Für diese Analyse wird ein Payer-Swap betrachtet, der eine Laufzeit von nur einem halben Jahr und ein Nominalvolumen von 1 aufweist. Dieser auch als Swaplet bezeichnete (Teil-)Swap wird nun in verschiedenen Szenarien betrachtet.¹¹ So werden Startdatum, Zinsniveau und Zinsniveauperänderung modifiziert (siehe Tabelle 4).

Swaplet Laufzeit:	0,5-1 a	4,5-5 a	0,5-1 a	0,5-1 a	0,5-1 a
Kassazinssatz:	3,40%	5,60%	3,40%	3,40%	9,47%
Swap- u. Terminalsatz:	3,58%	7,60%	3,58%	3,58%	9,31%
Zinsänderung:	+1%	+1%	-1%	+0,5%	+1%
Wertänderung:	+0,478	+0,363	-0,488	+0,241	+0,453

Tabelle 4: Swaplet in diversen Szenarien (die Kassa- und Terminzinssätze sind Tabelle 1 entnommen)

$$\left(\frac{-2,75}{(1 + 4,22\%)^{0,5}} + \frac{-2,75}{1 + 4,40\%} + \dots + \frac{-2,75}{(1 + 6,60\%)^5} \right) + \left(\frac{1,61}{(1 + 2,22\%)^{0,5}} + \frac{1,29}{1 + 2,40\%} + \dots + \frac{3,30}{(1 + 4,60\%)^5} \right) = -24,81 + 20,88 = -3,93$$

Für solch ein Swaplet lässt sich die Bewertung nun sehr einfach vornehmen, da nur ein Zahlungszeitpunkt betrachtet werden muss. So ergibt sich allgemein der Wert eines Swaplets als Differenz von zwei Barwerten. Im ersten Fall der Tabelle 4 ist dies:

Hieraus erkennt man sofort eine schöne Eigenschaft der Swaplets. Der Swapsatz im Subtrahend (Term



mit negativen Vorzeichen) ist im Kontrahierungszeitpunkt stets identisch zum Terminzinssatz. Verändert sich nun die Zinssituation ad hoc etwa um 1%, steigt der Wert des Payer-Swaps um

an, wobei der Minuend (linker Term des ersten Ausdrucks) den Wert des Swaps nach der Zinsänderung und der Subtrahend den Wert des Swaps vor der Zinsänderung (Wert=0) darstellt.

$$\left(\frac{-4,01}{(1 + 6,78\%)^{5,5}} + \frac{-4,01}{(1 + 6,95\%)^6} + \dots + \frac{-4,01}{(1 + 7,81\%)^{10}} \right) +$$
$$\left(\frac{4,27}{(1 + 6,78\%)^{5,5}} + \frac{4,45}{(1 + 6,95\%)^6} + \dots + \frac{4,67}{(1 + 7,81\%)^{10}} \right) = -23,18 + 26,07 = 2,89$$



An dieser Formel (mittlerer Ausdruck) erkennt man sehr schön die beiden Effekte, welche die Zinsänderung auslösen. Zunächst ändert sich der Zahlungsüberschuss um die Hälfte der Zinsänderung 0,5 (4,58%-3,58%), da nur eine Laufzeit von einem halben Jahr vorliegt. Zudem ändern sich die Diskontierungssätze von 3,40% auf 4,40%. Die Diskontierung führt allgemein dazu, dass die Wertänderung kleiner als die Änderung des Zahlungsüberschusses ausfällt.

Mit beiden Effekten kann man nun die Wertänderung des Payer-Swaps in den verschiedenen Szenarien analysieren. So ist im 2. Fall aus Tabelle 4 der Diskontierungseffekt stärker ausgeprägt:

wobei der Zahlungsüberschuss aufgrund der identischen Höhe der Zinsänderung gleich bleibt. Reduziert sich dagegen wie im vierten Fall die Zinsänderung auf 0,5%, vermindert sich gleichermaßen auch der Zahlungsüberschuss auf die Hälfte. Letztendlich führt dies etwa zum halben Wertzuwachs des Swaps (0,241) in diesem Szenario.

Im Falle einer Zinssenkung dagegen sinkt der Wert des Swaps auf -0,488. Dies ist durch den negativen Zinsüberschuss begründet. Die Wertveränderung fällt dabei betragsmäßig etwas höher aus als in der Situation einer Zinssteigerung, da die Diskontierung im Falle steigender Zinsen stärker als im Falle sinkender Zinsen zu Buche schlägt.

Die Diskontierung ist auch der Haupteinflussfaktor im letzten Fall, der Situation bei hohem Zinsniveau. Hierbei ist der Zahlungsüberschuss identisch wie im 1. Fall. Jedoch fällt hier die Diskontierung aufgrund der gestiegenen Zinsen stärker aus, sodass die Wertsteigerung nur 0,453 beträgt. Alles in allem zeigen nun alle fünf Fälle, dass beide Effekte die Wertentwicklung des Swaplets beeinflussen und damit natürlich auch bei der Analyse der Swaps als Werttreiber aufzufinden sind.



3.3 Verschiedene Szenarien und Wertänderungen

Nachdem nun die beiden Treiber identifiziert wurden, können nun die praxisnäheren und komplexeren Swapverträge betrachtet werden. Zur Anwendung kommen dabei verschiedene Kombinationen der Szenarien aus Tabelle 2, die mit dem grundlegenden Beispiel, einem Kassa-Payer-Swap mit fünfjähriger Laufzeit bei halbjährlicher Zinszahlung verglichen werden (siehe Tabelle 5).

Swaptyp:	Payer	Receiver	Payer	Payer	Payer	Payer	Payer	Payer	Payer
Laufzeit:	0-5 a	0-5 a	0-5 a	0-5 a	0-5 a	0-5 a	0-2,5	2,5-7,5 a	5-10 a
Swapsatz:	5,49%	5,49%	8,40%	5,49%	5,49%	5,49%	4,30%	7,33%	8,01%
Zinskurve:	3/96	3/96	8/92	3/96	3/96	3/96	3/96	3/96	3/96
Zinsänderung:	1%	1%	1%	-1%	0,50%	-0,50%	1%	1%	1%
Wertänderung:	3,72	-3,72	3,47	-3,93	1,88	-1,94	1,82	3,54	2,89

Tabelle 5: Swaps in diversen Szenarien (die Kassa- und Terminzinssätze sind dabei der Tabelle 1 entnommen, Swapsätze wurden in Abschnitt 3.1 berechnet, fett gedruckt sind die Modifikationen gegenüber den Basisfall in Spalte 2)

Dabei zeigt sich zunächst, dass der Payer-Swap und der Receiver-Swap exakt gegenteilig reagieren. Dies ist die logische Konsequenz aus der Tatsache, dass die fixen Zahlungen nun als Einzahlungen und die variablen Zahlungen als Auszahlungen verbucht werden:

Insgesamt fallen die Wertveränderungen deutlich niedriger aus als die Änderungen der Zahlungsüberschüsse (1% mehr Zinsen bei fünf Jahren Laufzeit), was sich mit der Diskontierung der Zahlungsüberschüsse begründen lässt.



Ebenso mit der (stärkeren) Diskontierung der Zahlungsüberschüsse lässt sich die Wertänderung des Payer-Swap in der Situation der inversen Zinskurve des Jahres 1992 begründen. Hier sind die Kassazinssätze nach der Zinserhöhung mit über 9% deutlich (siehe Tabelle 6) höher als im Falle der Zinskurve von 1996 mit Kassazinssätzen um die 5%. Dies resultiert letztendlich in einer reduzierten Wertänderung von 3,47.

	Laufzeit:	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Kassazins	+1%	10,63	10,47	10,285	10,1	9,935	9,77	9,64	9,51	9,415	9,32
Terminzins	+1%	10,63	10,31	9,92	9,55	9,28	8,95	8,86	8,60	8,66	8,47
		5,5	6	6,5	7	7,5	8	8,5	9	9,5	10
		9,25	9,18	9,13	9,08	9,04	9	8,965	8,93	8,9	8,87
		8,55	8,41	8,53	8,43	8,48	8,40	8,41	8,34	8,36	8,30

Tabelle 6: Daten der Szenarien, Zinserhöhung und Absenkung um +1% der Zinsstrukturkurve vom August 1992 (Kassa- und Terminzinssätze)

Eine Zinsverminderung fällt wie schon beim Swaplet auch beim fünfjährigen Swap mit

stärker ins Gewicht. Eine Verminderung der absoluten Wertänderungshöhen errechnet sich bei kleinen Zinsänderungen von +0,5% oder -0,5%. Hier bewirkt eine Zinserhöhung einen Wertanstieg um +1,88, während eine Zinssenkung eine Wertminderung um -1,92 mit sich bringt. Die Unterschiede in der absoluten Höhe lassen sich wiederum durch die weniger stark ausgeprägte Diskontierung im Falle einer Zinssenkung erklären.



Eine deutliche Reduktion der positiven Wertänderung auf 1,82 wird durch eine Laufzeitverkürzung auf 2,5 Jahre erzeugt. Dies ist die direkte Folge der Tatsache, dass deutlich weniger Zahlungszeitpunkte existieren, an denen Zahlungsüberschüsse fällig werden. Somit ist der Parameter Laufzeit eines Swaps neben dem Volumen die entscheidende Größe, über die man die Höhe der Sicherungswirkung steuern kann.

Zusätzlich dazu werden noch die beiden Szenarien untersucht, in denen anstelle von Kassa-Swaps Forward-Swaps zur Sicherung verwendet werden, da etwa für die nächsten 2,5 oder 5 Jahre eine Zinsbindung mit dem Kreditgeber vereinbart wurde. Hier zeigt sich für beide Instrumente, den Swap mit Startdatum in 2,5 Jahren und denjenigen mit Startdatum in 5 Jahren, eine verminderte Wertentwicklung gegenüber dem Basisfall. So weist der 2,5-Jahre-Swap einen Anstieg von 3,54 auf, während der 5-Jahre-Swap nur mit einem Wertzuwachs von 2,89 aufwarten kann. Dass mit wachsendem Startzeitpunkt die Wertveränderungen kleiner werden, liegt wiederum am Diskontierungseffekt, der etwa beim Swap mit Start in fünf Jahren und Ende in zehn Jahren deutlich stärker zu Buche schlägt als beim Kassa-Swap:

Die stärkere Diskontierung kommt erstens dadurch zustande, dass die Laufzeit sich verlängert und der Zinseszinsseffekt sich verstärkt. Zweitens aber ist auch aufgrund der normalen Zinskurve das Zinsniveau für zehnjährige Kontrakte deutlich höher als für einjährige.

Insgesamt lassen sich die Wertentwicklungen von Payer- und Receiver-Swaps in den unterschiedlichen Szenarien gut durch die beiden Effekte Veränderung des Zahlungsüberschusses und Diskontierung erklären. Will man allerdings etwa die verschiedenen Wertänderungen exakt ins Verhältnis zueinander setzen, muss man die Zahlungen noch etwas genauer betrachten. Dies soll für den versierten Leser im nachfolgenden Abschnitt geschehen.



3.4 Genaue Analyse der Effekte (versierte Leser)

Der versierte Leser wird bemerkt haben, dass der Vergleich der Wertänderungen in den Szenarien doch erstaunliche Ergebnisse zu Tage bringt. So ist etwa die Differenz der Wertänderungen von Kassa-Swap und Forward-Swap mit Startdatum in 2,5 Jahren deutlich geringer als die zwischen den beiden Forward-Swaps. Auch ist die Wertentwicklung des Kassa-Swaps mit 2,5 Jahren Laufzeit nicht einmal halb so groß wie die des Swaps mit fünf Jahren Laufzeit. Zudem fällt die Wertänderung im Falle der inversen Zinskurve von 1992 erstaunlich niedrig aus.

Um Begründungen hierfür zu finden, werden sowohl der Effekt der Diskontierung als auch der aus dem veränderten Zahlungsüberschuss resultierende Effekt noch etwas genauer dargestellt. Hierfür wurde zum einen der durchschnittliche Diskontfaktor als Mittelwert aller verwendeten Diskontfaktoren vor und nach der Zinsänderung ermittelt. Zum anderen wurden alle Zahlungsüberschüsse vor (v ZA) und nach der Zinsänderung (n ZA) bzw. deren Veränderung bestimmt. Das Ergebnis findet sich in Tabelle 7, einer Modifikation von Tabelle 5.

¹ Vgl. Hartman-Wendels/Pfingsten/Weber (2007), S. 166 ff.

² Vgl. Deutsche Bundesbank (2003), S. 31 ff.

³ Vgl. Wilhelm (2001), Sp. 2357 ff.

⁴ Hier muss allerdings bemerkt werden, dass sich seit der Finanzkrise Swapsätze und Zinssätze von Bundesanleihen, die durch die Deutsche Bundesbank publiziert werden, um einen Aufschlag unterscheiden. Da dies jedoch keine Auswirkungen auf den grundsätzlichen Effekt hat, wird weiterhin auf die Zinskurve der Bundesbank zurückgegriffen.

⁵ Vgl. Steiner/Bruns/Stöckl (2012), S. 177.

⁶ Vgl. Steiner/Bruns/Stöckl (2012), S. 168.

⁷ Zu Swaps allgemein siehe Perridon/Steiner/Rathgeber (2012), 337 ff.

⁸ Vgl. zur Ermittlung von Swapsätzen auch Perridon/Steiner/Rathgeber (2012), S. 339 ff.

⁹ Vgl. hier und im Folgenden zu Termingeschäften auch Hartmann-Wendels/Pfingsten/Weber (2007), S. 260 ff.

¹⁰ Vgl. Steiner/Bruns/Stöckl (2012), S. 567.

¹¹ Vgl. Flavell (2012), S. 205.